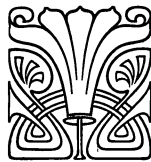


Die Methode  
gleicher Zenitdistanzen symmetrisch  
zum ersten Vertikal  
und  
ihre Anwendung zur Bestimmung der Pol-  
höhe von Dorpat im Frühjahr 1909.



**Dorpat.**  
Druck von C. Mattiesen.  
1910.



## Die Methode gleicher Zenitdistanzen symmetrisch zum ersten Vertikal und ihre Anwendung zur Bestimmung der Polhöhe von Dorpat im Frühjahr 1909.

Die Vorzüge dieser Methode für geodätische Zwecke sind genügend gewürdigt<sup>1)</sup>. Auch zu Polhöhenbestimmungen von Sternwarten aus kürzeren Reihen ist sie wiederholt mit Erfolg angewandt worden<sup>2)</sup>. Der Versuch systematisch die Polhöhenchwankung nach dieser Methode zu beobachten ist aber unseres Wissens nur ein Mal und zwar von Ehrenfeucht in Warschau in den Jahren 1890.5—1893.5 gemacht worden<sup>3)</sup>, also zu einer Zeit, als die feineren Fragen, die die Forschung der Polhöhenchwankung neuerdings zu Tage gefördert hat, noch nicht hervorgetreten waren.

Ehrenfeuchts sorgfältige von bestem Erfolge gekrönten Beobachtungen, waren entsprechend den ihm zur Verfügung stehenden Mitteln nicht genügend genau, um eine Diskussion dieser Fragen zu gestatten. Unser Versuch, der den Zweck hatte einen auf Fundamentalsterne gestützten Wert der Polhöhe für das Frühjahr 1909 zu bestimmen, überzeugte uns, dass die Methode gleicher Zenitdistanzen symmetrisch zum ersten Vertikal zur Ableitung mittlerer Polhöhenwerte der Talkott-Methode zur Seite gestellt werden kann, sogar gewisse Vorzüge vor ihr hat; auch zur Lösung jener feineren Fragen verspricht

---

1) Фабриціусъ. „О наблюденіяхъ равныхъ высотъ“. Кіевскія Университетскія Извѣстія 1886. г. М. Пѣвцовъ. „Объ опредѣленіи географической широты по соответствующимъ высотамъ двухъ звѣздъ“. Зап. Имп. Русск. Геогр. Общ. томъ XXXII, № 2. 1899.

А. Беляевъ. „Опредѣленіе широты по соответствующимъ высотамъ двухъ звѣздъ“. Зап. военно-топогр. Управл. Гл. Шт. 1903 г. часть LX.

С. Stechert. „Zeit- und Breitenbestimmungen durch die Methode gleicher Zenitdistanzen“. Archiv der deutschen Seewarte. XXVIII, 1905.

2) G. Lewitzky. „Über eine Polhöhenbestimmungsmethode“. Publik. der Charkower Universitätssternwarte. Heft №1.

Кортаци. „Объ опредѣленіи широты по соответствующимъ высотамъ“. Извѣстія русск. Астрон. Обществ. Выпуск I-ый 1892.

3) В. Эренфейхтъ. „О наблюденіяхъ равныхъ высотъ для опредѣленія измѣненія широты Варшавы“. Варш. Универс. Извѣстія №№ I, II, III 1894 г.

die Methode mit grösseren Instrumenten angewandt wertvolle Beiträge zu liefern. Wir sind eben durch andere Arbeiten verhindert eine mehrjährige Reihe zu beginnen, begnügen uns deshalb mit einer Diskussion der Methode in dieser Richtung. Es lag an verschiedenen Ursachen, weshalb der Versuch von Ehrenfeucht nicht wiederholt worden ist:

- 1) man erachtet die Methode für weniger genau als die Talkott-Methode;
- 2) die Schwierigkeit der Aufsuchung entsprechender Sternpaare;
- 3) die Schwierigkeit der Reduktion.

Unsere Beobachtungen, die mit demselben Instrumente nach beiden Methoden ausgeführt worden sind, zeigen, dass die Genauigkeit als dieselbe zu erachten ist.

Die Aufsuchung der Sternpaare von gleichen Azimuten und Zenitdistanzen bietet nach Orloffs graphischer Methode (Publ. d. Dorpater Sternwarte Bd. XXI, Heft 2) keinerlei Schwierigkeiten. Sie ergibt für eine beliebige Polhöhe eine solche Fülle von Sternpaaren, dass man die Beobachtung ausschliesslich auf Fundamentalsterne stützen kann, was natürlich ein wesentlicher Vorzug ist. Es wäre des Versuches wert etwa 4 Sterngruppen im Abstände von je 6 Stunden auszuwählen, die wegen ihrer Helligkeit mit grösseren Instrumenten je ein halbes Jahr beobachtet werden könnten und aus einer eventuellen Veränderlichkeit der Gruppenanschlüsse einen Beitrag zur Erklärung der Jahreschlussfehler liefern würden.

Was die Schwierigkeit der Reduktion anbetrifft, so glauben wir, dass unsere Formeln sie erheblich vermindern.

### Die Beobachtung in gleichen Azimuten.

Wir bezeichnen mit  $z$ ,  $a$ ,  $t$ ,  $\delta$  — Zenitdistanz, Azimut, Stundenwinkel und Deklination des Südsters. Die entsprechenden Grössen für den Nordstern sind  $z'$ ,  $a'$ ,  $t'$ ,  $\delta'$ . Für die Polhöhe besteht dann allgemein die Relation

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\operatorname{Cos} \delta \operatorname{cos} t - \operatorname{Cos} \delta' \operatorname{Cos} t'}{2 \operatorname{Sin} d \operatorname{Cos} D}, \quad (I)$$

$$\text{wo } d = \frac{\delta' - \delta}{2}, \quad D = \frac{\delta' + \delta}{2}.$$

Für die Abhängigkeit der Polhöhe von den Fehlern in den Stundenwinkeln  $\Delta t'$  und  $\Delta t$  erhält man leicht

$$\Delta \varphi = - \frac{(\operatorname{Sin} a' \Delta t' - \operatorname{Sin} a \Delta t) \operatorname{Cos} \varphi}{\operatorname{Cos} a' - \operatorname{Cos} a}. \quad (A)$$

Die Fehler  $\Delta t'$ ,  $\Delta t$  bestehen aus 3 Gliedern:  
dem Fehler der Uhrkorrection und dem persönlichen Fehler des Beobachters, die für beide Sterne gleich und mit  $\Delta m$  bezeichnet werden sollen;  
dem Fehler im angenommenen Uhr gange während der Beobachtung eines Sterns. Wir bezeichnen diese Fehler durch  $\Delta n'$  resp.  $\Delta n$ ;  
dem zufälligen Beobachtungfehler  $\Delta \tau'$  resp.  $\Delta \tau$ , so dass

$$\begin{aligned}\Delta t' &= \Delta m + \Delta n' + \Delta \tau' \\ \Delta t &= \Delta m + \Delta n + \Delta \tau\end{aligned}$$

Für  $\Delta \varphi$  folgt dann:

$$\begin{aligned}\Delta \varphi = & -\frac{\sin a' - \sin a}{\cos a' - \cos a} \Delta m \cos \varphi - \frac{\sin a' \Delta n' - \sin a \Delta n}{\cos a' - \cos a} \cos \varphi - \\ & \frac{\sin a' \Delta \tau' - \sin a \Delta \tau}{\cos a' - \cos a} \cos \varphi .\end{aligned}\quad (B)$$

Das erste Glied verschwindet bei  $\sin a' = \sin a$  oder  $a' = 180 - a$ . Hieraus ersieht man den Vorzug der Beobachtung in gleichem Azimut, symmetrisch zum ersten Vertikal.

Um das zweite Glied zum Verschwinden zu bringen, wird man die Beobachtung an einer guten Normaluhr mit Hilfe eines Chronographen ausführen müssen. Wir haben diese Vorsicht nicht beachtet und der Einfluss des zweiten Gliedes lässt sich deshalb aus unseren Beobachtungen feststellen, wie wir das weiterhin zeigen wollen. Bei  $\sin a' = \sin a$  und  $\cos a' = -\cos a$  erhalten wir also

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} (\Delta n' - \Delta n) \tan a \cos \varphi + \frac{1}{2} (\Delta \tau' - \Delta \tau) \tan a \cos \varphi \quad (C)$$

Beide Glieder dieser Formel werden klein bei kleinen Azimuten und man wird deshalb solche Sternpaare bevorzugen; es ist aber zu beachten, dass der zufällige Beobachtungsfehler  $\Delta \tau'$  resp.  $\Delta \tau$  für kleine Azimute anwächst, weil die Bewegung in Zenitdistanz hier klein wird:

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin a .$$

Ausserdem bringt die dadurch bedingte verlängerte Beobachtungsdauer neue Fehlerquellen mit sich und so ergibt sich praktisch für die Azimute

sowohl eine obere wie eine untere Grenze, die wir bei der Diskussion der Resultate ableiten wollen.

### Der Einfluss der Uhrkorrektion.

Sind die beiden Sterne auf dem Mittelfaden in gleicher Zenitdistanz und gleichem Azimute beobachtet, was durch sorgfältige Einstellung des Fernrohrs bis auf 0.1 der Zenitdistanz erreicht werden kann, so wird die Beobachtung auf den Seitenfäden nicht mehr bei gleichen Azimuten geschehen, denn wir haben

$$\frac{dz}{dt} = \cos \varphi \sin a; \quad \frac{da}{dt} = \frac{\cos \delta \cos p}{\sin z}$$

und hieraus

$$\frac{da}{dz} = \frac{\cos \delta \cos p}{\cos \varphi \sin a \sin z} = \frac{\cos p}{\cos \varphi \sin t},$$

wo  $p$  den parallaktischen Winkel bezeichnet.

Ebenso finden wir für den Nordstern

$$\frac{da'}{dz'} = \frac{\cos p'}{\cos \varphi \sin t'}.$$

Setzt man für den Südstern wegen der Kleinheit von  $p$   $\cos p = 1$  und statt  $\Delta z$  den Abstand des äussersten Fadens  $f$ , so wird

$$\Delta a = \frac{f}{\cos \varphi \sin t}. \quad (E)$$

Für den Nordstern ist  $\cos p'$  kleiner als  $\cos p$  und  $\sin t'$  grösser als  $\sin t$ ,  $\Delta a'$  deshalb sehr klein. Wir wollen jetzt die Genauigkeit der Uhrkorrektion ermitteln, die wir nötig haben, damit die Differenz der Azimute  $\Delta a - \Delta a'$  auf den Seitenfäden die Polhöhe nicht beeinflusst. Wir finden aus der Formel (B) diesen Einfluss:

$$\Delta z = \text{tang} \left( \frac{\Delta a - \Delta a'}{2} \right) \cos \varphi \Delta m.$$

Bei einer Differenz  $\Delta a - \Delta a' = 1^\circ$ , dem grössten Wert in unserer Be-

obachtungsreihe finden wir, dass  $\Delta m$  0<sup>s</sup>.15 nicht überschreiten darf, wenn man einen Fehler von 0<sup>o</sup>.01 in  $\varphi$  vermeiden will. Dieser Fehler ist aber zu beiden Seiten des Mittelfadens von verschiedenem Vorzeichen und fällt deshalb bei symmetrischer Verteilung der Horizontalfäden im Mittelwerte ganz heraus.

### Der Einfluss der Fehler in den Koordinaten der Sterne.

Diesen Einfluss erhält man durch Differenziation der Gleichung (I) bei  $\sin a' = \sin a$  und  $\cos a' = -\cos a$  in der Form

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} [(\Delta t' - \Delta t) \operatorname{tg} a \cos \varphi - (\cos p' \Delta \delta' - \cos p \Delta \delta) \sec a] , \quad (F)$$

wo man statt  $\Delta t'$  und  $\Delta t - \Delta \alpha'$  resp.  $-\Delta \alpha$  zu setzen hat, so dass

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} (\Delta \alpha - \Delta \alpha') \operatorname{tg} a \cos \varphi + \frac{1}{2} (\cos p \Delta \delta - \cos p' \Delta \delta') \sec a . \quad (G)$$

Hieraus ersieht man, dass die Fehler der Rektaszensionen nur einen geringen Einfluss ausüben, besonders bei kleinen Azimuten. Die Deklination des Nordsterns fällt fast ganz heraus, wenn er in der Nähe seiner Elongation beobachtet ist; sogar wenn das nicht der Fall ist, ist der Einfluss der Deklinationsfehler im Vergleich zu der Talkott-Methode stark verringert und der wahrscheinliche Fehler der Polhöhe, verursacht durch die Fehler beider Koordinaten eines Paares ergibt sich im Mittel zu 0.6 des wahrscheinlichen Fehlers einer Koordinate des F. Kat. (Siehe Diskussion der Resultate).

### Der Einfluss der täglichen Aberration und der Refraktion.

Der Einfluss der täglichen Aberration auf Stundenwinkel und Deklination ist durch die Formeln gegeben

$$\begin{aligned} \Delta t &= -k_1 \cos \varphi \cos t \sec \delta & \Delta t' &= -k_1 \cos \varphi \cos t' \sec \delta' \\ \Delta \delta &= k_1 \cos \varphi \sin t \sin \delta & \Delta \delta' &= k_1 \cos \varphi \sin t' \sin \delta' \end{aligned}$$

Setzt man diese Werte in die Formel (F) ein, und benutzt die Gleichungen

$$\sin a \cos \varphi \sec \delta = \sin p$$

$$\sin a \cos \varphi \sec \delta' = \sin p'$$

$$\begin{aligned} \sin p \cos t + \cos p \sin t \sin \delta &= \cos z \sin a \\ \sin p' \cos t' + \cos p' \sin t' \sin \delta' &= \cos z \sin a , \end{aligned}$$

so ergibt sich

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} k_1 \operatorname{tg} a \cos \varphi (\cos z - \cos z) = 0 . \quad (H)$$

Somit braucht die tägliche Aberration bei der Berechnung der Koordinaten der Sterne überhaupt nicht in Rechnung gezogen zu werden.

Die Refraktion kommt nur dann in Betracht wenn zwischen der Beobachtung der beiden Sterne eine merkliche Änderung der Temperatur und des Druckes eingetreten ist. Bezeichnen wir durch  $\Delta t$ ,  $\Delta \delta$ ,  $\Delta t'$ ,  $\Delta \delta'$ , den Einfluss der Refraktion auf die Stundenwinkel und Deklinationen, so ist

$$\begin{aligned} \Delta t &= -R \sin p \sec \delta & \Delta t' &= -R' \sin p' \sec \delta' \\ \Delta \delta &= R \cos p & \Delta \delta' &= R' \cos p' \end{aligned}$$

und für den Einfluss auf die Polhöhe  $\Delta \varphi$  ergibt sich leicht nach Einsetzung in (F)

$$\Delta \varphi = -\frac{1}{2} (R' - R) \sec a . \quad (I)$$

Wir haben diese Korrektion bei unseren Beobachtungen wegen ihrer Kleinheit überhaupt nicht in Rechnung gezogen.

### Der Einfluss einer fehlerhaften Aberrationskonstante.

Wir finden den Einfluss der jährlichen Aberration auf die Polhöhe leicht aus der Formel (F) in folgender Form

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= C \frac{\operatorname{tg} a \cos \varphi [c_s - c_n] + \sec a [\cos p c'_s - \cos p' c'_n]}{2} \\ &+ D \frac{\operatorname{tg} a \cos \varphi [d_s - d_n] + \sec a [\cos p d'_n - \cos p' d'_n]}{2} , \end{aligned}$$

wo  $C$ ,  $D$  die Besselschen Grössen,  $c_s$ ,  $c'_s$ ,  $d_s$ ,  $d'_s$  resp.  $c_n$ ,  $c'_n$ ,  $d_n$ ,  $d'_n$  die Reduktionskonstanten für Süd- resp. Nordstern sind.

Der Einfluss einer fehlerhaften Aberrationskonstante würde auch systematischer Natur sein, wie bei der Talkott-Methode wenn auch von geringerem

Betrage. Wir führen unten zur Übersicht die Werte der Koeffizienten von  $C$  und  $D$  für 6 der von uns beobachteten Sternpaare an:

Paar	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	Koeff. von $C$	Koeff. von $D$
	$^{\text{h}} \quad ^{\text{m}}$	$^{\circ} \quad ^{\prime}$	$^{\circ} \quad ^{\prime}$		
3	8 49 5 28	30 55 74 29	+ 29 28	- 0.155	- 0.634
4	11 14 14 9	33 35 77 58	- 22 12	- 0.076	- 0.721
8	19 27 14 6	79 25 25 31	- 19 11	+ 0.409	- 0.667
10	12 8 13 31	78 7 37 39	+ 12 21	+ 0.558	- 0.722
14	15 54 20 32	27 8 74 39	- 28 33	+ 0.679	- 0.527
19	15 39 10 20	26 35 83 1	+ 13 9	+ 0.836	- 0.314

### Die Reduktion der Beobachtungen.

Man berechnet nach Ehrenfeucht die Stundenwinkel gleicher Azimute und Zenitdistanzen nach den Formeln:

$$\sin^2 \frac{t_0}{2} = \frac{\sin(\varphi_0 - D)}{\sin 2\varphi_0} \cdot \frac{\cos(\varphi_0 + d)}{\cos \delta} \quad (II)$$

$$\sin^2 \frac{t'_0}{2} = \frac{\sin(\varphi_0 - D)}{\sin 2\varphi_0} \cdot \frac{\cos(\varphi_0 - d)}{\cos \delta'} \quad (III)$$

Ist der Nordstern in der Nähe seiner unteren Kulmination, sodass  $t'$  nahezu gleich  $12^{\text{h}}$  ist, so tritt an Stelle der Formel (III) folgende:

$$\sin^2 \frac{t''_0}{2} = \frac{\cos(\varphi_0 + d)}{\sin 2\varphi_0} \cdot \frac{\sin(\varphi_0 + D)}{\cos \delta'}, \quad (III')$$

wo  $t'' = 12^{\text{h}} - t'$ . Hier ist für  $\varphi_0$  ein genäherter Wert der Polhöhe einzusetzen. Die Rechnung ist sechsstellig zweimal für den Anfang und das Ende der Beobachtungsreihe jedes Paares durchzuführen. Eine Interpolation für die dazwischenliegenden Tage nach  $D$ , wie sie Ehrenfeucht vorschlägt, führt aber zu beträchtlichen Fehlern, und man wird sich deshalb folgender Differentialformel bedienen:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \frac{K}{\cos \delta} (L \Delta D + M \Delta d) \\ \Delta t' &= \frac{K}{\cos \delta'} (L \Delta D - M \Delta d) \end{aligned} \right\}, \quad (IV)$$

wo

$$\begin{aligned} K &= -\frac{1}{7.5 \sin 2\varphi \sin a \sin z} \\ L &= \cos(\varphi + d) \cos(\varphi - d) \\ M &= \sin(\varphi - D) \sin(\varphi + D). \end{aligned}$$

$\Delta D$  und  $\Delta d$  sind die Differenzen der Werte von  $D$  und  $d$  für den ersten Beobachtungstag und den zu berechnenden\*).

Hier genügt eine dreistellige Rechnung.

Sind die Stundenwinkel  $t'_0$  und  $t_0$  und damit die Sternzeiten

$$\theta'_0 = \alpha' + t'_0; \quad \theta_0 = \alpha + t_0$$

gleicher Azimute und Zenitdistanzen für die genäherte Polhöhe  $\varphi_0$  berechnet, so kann zur Ableitung der Korrektur  $\Delta \varphi$  aus der Beobachtung eine Reihenentwicklung angewandt werden. Wir gelangten auf diesem Wege zu einfacheren als die Ehrenfeucht'schen Formeln und geben hier die Ableitung.

Es ist für die wahre Polhöhe  $\varphi$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\cos \delta \cos(\theta - \alpha) - \cos \delta' \cos(\theta' - \alpha')}{2 \sin d \cos D} \quad (V)$$

und für  $\varphi_0$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\cos \delta \cos(\theta_0 - \alpha) - \cos \delta' \cos(\theta'_0 - \alpha')}{2 \sin d \cos D}. \quad (VI)$$

Die Differenz  $\Delta \varphi = \varphi - \varphi_0$  ist eine Funktion der Differenzen  $\Delta \theta' = t' - t'_0$ ,  $\Delta \theta = t - t_0$ . Setzt man diese Werte in (V) ein und entwickelt bis auf 4-te Potenzen von  $\Delta \theta$  u.  $\Delta \theta'$ , so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \sec^2 \varphi \Delta \varphi &= \frac{1}{2 \sin d \cos D} \left[ \cos \delta' \cos t'_0 \frac{\Delta \theta'^2}{2} - \cos \delta \cos t_0 \frac{\Delta \theta^2}{2} \right. \\ &\quad \left. + \cos \delta' \sin t'_0 \left( \Delta \theta' - \frac{\Delta \theta'^3}{6} \right) - \cos \delta \sin t_0 \left( \Delta \theta - \frac{\Delta \theta^3}{6} \right) \right]. \end{aligned}$$

\*) Die für den letzten Beobachtungstag streng berechneten Werte  $t_0$  und  $t'_0$  geben uns eine Kontrolle der Differentialformel.

Es ist aber

$$\begin{aligned} \cos \delta \sin t_0 &= \cos \delta' \sin t'_0 = \sin z_0 \sin a_0 \\ \cos \delta \cos t_0 &= \cos z_0 \cos \varphi_0 + \sin z_0 \sin \varphi_0 \cos a_0 \\ \cos \delta' \cos t'_0 &= \cos z_0 \cos \varphi_0 - \sin z_0 \sin \varphi_0 \cos a_0 \\ \cos \delta \cos t_0 - \cos \delta' \cos t'_0 &= 2 \sin z_0 \sin \varphi_0 \cos a_0 \end{aligned}$$

Beachtet man noch, dass infolge gleicher Geschwindigkeit der beiden Sterne in Zenitdistanz

$$\frac{dz'}{d\theta'} = \frac{dz}{d\theta} = \cos \varphi \sin a .$$

die Differenz  $\Delta \theta' - \Delta \theta = k$  eine Grösse 2-ter Ordnung sein wird und wir darum

$$\Delta \theta'^2 - \Delta \theta^2 = 2 k \Delta \theta$$

setzen und

$$\frac{\Delta \theta'^3}{6} - \frac{\Delta \theta^3}{6}$$

als von der 4-ten Ordnung vernachlässigen können, so wird

$$\sec^2 \varphi \Delta \varphi = \frac{1}{2 \sin d \cos D} \left[ \sin z_0 \sin a_0 k - \Delta \theta^2 \sin z_0 \sin \varphi_0 \cos a_0 + k \Delta \theta \cos \delta' \cos t'_0 \right].$$

Setzt man noch die Beziehung ein

$$\cos a_0 = \frac{\sin d \cos D}{\sin z_0 \cos \varphi_0} ,$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \frac{1}{2} \sec a_0 \left[ \sin a_0 \cos \varphi_0 k - \frac{1}{2} \Delta \theta^2 \sin 2\varphi_0 \cos a_0 + \frac{k \Delta \theta \cos \delta' \cos t'_0 \cos \varphi_0}{\sin z} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{tg} a_0 \cos \varphi_0 k - \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0 \Delta \theta^2 + \frac{1}{2} \cot t'_0 \operatorname{tg} a_0 \cos \varphi_0 k \Delta \theta . \quad (VII) \end{aligned}$$

Ehrenfeucht übersieht in seiner Entwicklung von  $\Delta \varphi$  den Faktor  $\sec a$  im dritten Gliede (l. c. pag. 30 Formel XIV u. 23). Das hat auf das Resultat seiner Polhöhen natürlich keinen Einfluss. Seine Formel lautet korrigiert:

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} \cos \varphi \operatorname{tang} a (\Delta \theta' - \Delta \theta) - \frac{1}{8} \sin 2\varphi (\Delta \theta'^2 + \Delta \theta^2) + \\ + \frac{1}{4} \cot z \sec a \cos^2 \varphi (\Delta \theta'^2 - \Delta \theta^2) .$$

Sie ist mit der Formel (VII) bis auf Grössen 4-ter Ordnung identisch. Die Grössen des zweiten und dritten Gliedes sind aber ganz verschieden, und unser drittes Glied kommt sogar bei der Berechnung von  $\Delta \varphi$  für jeden Faden einzeln nicht immer in Betracht. Dieses geschah nur zur Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers aus einem Faden, sonst wurde nach folgender Formel gerechnet, die man für das Mittel aus allen  $n$  Fäden erhält

$$\Delta \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{tg} a_0 \cos \varphi_0 \frac{\Sigma k}{n} - \frac{1}{4} \sin 2\varphi_0 \frac{\Sigma \Delta \theta^2}{n} . \quad (VIII)$$

Hier ist das dritte Glied

$$\frac{1}{2} \cotg t'_0 \operatorname{tg} a_0 \cos \varphi_0 \frac{\Sigma k \Delta \theta}{n}$$

vernachlässigt, weil bei einigermaßen symmetrischer Beobachtung sich die Glieder der Summe  $\frac{\Sigma k \Delta \theta}{n}$ , die an und für sich sehr klein sind, gegenseitig zerstören, da sie symmetrisch zum Mittelfaden nahezu gleich und von umgekehrtem Zeichen sind. Die Formel (VIII) nimmt nach Übergang auf das Bogenmass folgende Form an:

$$\Delta \varphi = \frac{15}{2} \operatorname{tg} a_0 \cos \varphi_0 \frac{\Sigma k}{n} - \frac{225}{4} \sin 2\varphi_0 \sin 1'' \frac{\Sigma \Delta \theta^2}{n} . \quad (IX)$$

Diese Formel hat vor der entsprechenden zweigliedrigen Formel Ehrenfeuchts ausser der grösseren Genauigkeit noch den Vorzug, dass  $\Delta \theta'$  und damit die Niveau-Korrektion für die einzelnen Fäden überhaupt nicht berechnet zu werden braucht.

Denn es ist

$$\frac{\Sigma k}{n} = \frac{\Sigma (\Delta \theta' - \Delta \theta)}{n} = \frac{\Sigma (\theta' - \theta)}{n} - (\theta'_0 - \theta_0) .$$

Unter  $\theta'$  sind die wegen Neigung korrigierten Momente verstanden. Die Korrektur wegen Neigung kann aber auch an den Mittelwert  $\frac{\Sigma(\theta' - \theta)}{n}$  angebracht werden in der Form

$$\frac{t_n - t_s}{15 \cos \varphi \sin a} \lambda, \quad (X)$$

wo  $\lambda$  der Teilwert des Niveaus in Bogenmass ist, oder noch einfacher in der Form

$$\frac{(t_n - t_s) \lambda}{2} \sec a \quad (XI)$$

direkt an das Resultat. Wir haben die Formel (X) benutzt, weil wir zuerst nach Ehrenfeuchts Formel gerechnet hatten und darum die entsprechenden Grössen berechnet vorlagen.

Als Beispiel führen wir die Berechnung der Beobachtung des Paares 21 am 8. Mai an.

Als Sternzeiten gleicher Azimute und Zenitdistanzen waren nach den Formeln (II), (III) und (IV) gefunden:

Südstern			Nordstern				
№ 581 (F. K.)			№ 413 (F. K.)				
$\theta_0 =$	16	31	30.14	$\theta'_0$	16	44	23.37
$m$		+ 3	37.6			3	37.6
	16	35	7.74		17	48	0.97

Beobachtet						2. Gl.
$\theta$		$\theta'$		$\theta' - \theta$	$\Delta \theta$	
h	m s	m	s	m s	m s	
16	33 4.2	46	1.8	+12 57.6	-2 3.54	-3.72
	26.1		22.8	56.7	1 41.64	2.51
	48.0		44.2	56.2	1 19.74	1.55
34	9.2	47	5.0	55.8	58.54	0.84
	31.3		26.1	54.8	36.44	0.32
35	35.0	48	29.9	54.9	+0 27.26	0.18
	56.0		51.1	55.1	48.26	0.57
36	16.5		12.5	56.0	1 8.76	1.15
	37.4	49	33.4	56.0	1 29.66	1.96
				$\Sigma \frac{\theta' - \theta}{n} = +12$		Mittel 1.42
				$-(\theta'_0 - \theta_0) = -12$	$53.23$	$\Delta \varphi = 1.65 - 1.42 = +0.23$
				Niv. Korr.	-1.623	
				$\frac{\Sigma k}{n}$	+1.05	

Die Werte des zweiten Gliedes

$$-\frac{225}{4} \sin 2\varphi_0 \sin 1'' \Delta \theta^2$$

sind einer zu diesem Zweck berechneten Tabelle die nach dem Argumente  $\Delta \theta$  von  $0^m$  bis  $3^m$  fortschreitet, entnommen.

Der Koeffizient des ersten Gliedes

$$\frac{15}{2} \operatorname{tg} \alpha_0 \cos \varphi_0$$

ist für jedes Paar einmal vierstellig berechnet worden, ebenso der Neigungskoeffizient

$$\frac{\lambda}{15 \cos \varphi \sin a}$$

Will man die Polhöhe aus jedem Faden einzeln haben zur Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers, so muss man nach der Formel (VII) rechnen. Wir geben auch hierfür ein Beispiel, indem wir dieselbe Beobachtung benutzen.

$\Delta \theta$	$\Delta \theta'$	Niv. Korr.	$k$	I Gl.	II Gl.	III Gl.	$\Delta \varphi$	$\nu$	$\nu\nu$
-2 3.54	-1 59.17	-1.77	+2.62	+4.11	-3.72	0.00	+0.39	+0.16	0.026
-1 41.64	-1 38.17	-1.75	+1.72	+2.71	-2.51	"	+0.20	-0.03	1
-1 19.74	-1 16.77	-1.72	+1.25	+1.97	-1.55	"	+0.42	+0.19	36
- 58.54	-0 55.97	-1.70	+0.87	+1.37	-0.84	"	+0.53	+0.30	90
- 36.44	-0 34.87	-1.67	-0.10	-0.16	-0.32	"	-0.49	-0.72	518
+0 27.26	+0 28.93	-1.59	+0.08	+0.19	-0.18	"	-0.05	-0.28	78
+0 48.26	+0 50.13	-1.53	+0.34	+0.54	-0.57	"	-0.03	-0.26	68
+1 8.76	+1 11.53	-1.47	+1.30	+2.05	-1.15	"	+0.90	+0.67	449
+1 29.66	+1 32.43	-1.41	+1.36	+2.15	-1.96	0.00	+0.19	-0.04	2
							Mittel +0.23	$\Sigma \nu\nu$ 1.268	

Somit der wahrscheinliche Fehler der Beobachtung an einem Faden  $\varepsilon_1' = \pm 0''.26$ . Das Doppelniveau wurde bei dieser Beobachtung dreimal abgelesen, weshalb die Antritte an den zwei Fäden in der Mitte ausfielen. Das dritte Glied erreicht hier niemals den Wert von  $0''.01$ . Das war aber nicht für alle Sternpaare der Fall und es musste zur Ableitung der Fehler aus den einzelnen Fäden öfters berechnet werden.

### Die Auswahl der Sterne.

Die Sternpaare sind einem von Herrn Studiosus E. Büss für die Polhöhe von Dorpat fertiggestelltem Verzeichnisse der Sternpaare mit gleichem Azimut und Zenitdistanz entnommen.

Wir haben bei der Auswahl Azimute unter  $10^{\circ}$  und über  $30^{\circ}$  vermieden. Im Ganzen sind 23 Sternpaare, 11 mit positiven, 12 mit negativem Azimut beobachtet. Es lag im Programm jedes Paar 6 Mal zu beobachten, durch Witterungsverhältnisse und das Eintreten der weissen Nächte gelang das nicht für alle Paare. Es liegen für einzelne Paare nur 3 für andere 8 Beobachtungen vor im ganzen 130 Beobachtungen. Die Sternpaare sind folgende:

Paar	N <sup>o</sup> d. F. K.	Grösse	$\alpha$	$\delta$	$z$	$a$
1	590	4.3	<sup>h</sup> 15 <sup>m</sup> 47 <sup>s</sup> 17	+78° 4' 29"	35° 41.5'	-20° 19.5'
	384	3.4	10 11 38	+23 52 16		
2	191	5.1	5 7 32	79 7 42	28 32.9	+20 55.0
	333	5.6	8 48 42	30 55 28		
3	333	5.6	8 48 42	30 55 28	29 40.0	+29 27.6
	205	6.6	5 27 33	74 59 6		
4	425	3.4	11 13 34	33 35 27	25 56.7	-22 12.2
	524	5.0	14 9 11	77 58 30		
5	371	4.0	9 47 35	26 26 9	34 2.8	+27 32.0
	205	6.6	5 27 33	74 59 6		
6	191	5.1	5 7 32	79 7 42	37 43.5	+15 53.3
	466	5.6	12 25 42	58 54 23		
7	517	6.3	13 57 3	27 49 33	32 4.6	-23 50.2
	700	6.1	18 34 9	77 28 36		
8	734	6.4	19 27 13	79 25 16	33 52.6	-19 10.8
	522	4.9	14 6 15	25 31 21		
9	675	5.1	17 53 31	76 58 31	29 14.9	-25 26.8
	534	3.7	14 27 54	30 46 14		
10	454	5.0	12 7 57	78 7 19	21 2.3	+12 20.7
	502	4.9	13 30 44	37 38 54		
11	451	6.0	12 0 38	77 24 53	21 17.0	+16 24.5
	502	4.9	13 30 44	37 38 54		
12	675	5.1	17 53 31	76 58 31	26 10.0	-24 43.0
	563	3.2	15 11 50	33 39 14		
13	700	6.1	18 34 9	77 28 36	28 10.6	-24 19.0
	576	4.1	15 29 16	31 39 57		
14	593	4.0	15 53 49	27 8 27	33 28.6	-28 33.3
	770	5.3	20 32 43	74 38 34		

Paar	N <sup>o</sup> d. F. K.	Grösse	$\alpha$	$\delta$	$z$	$a$
15	Nk	6.0	<sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 49 <sup>s</sup> 14	<sup>°</sup> 82 <sup>'</sup> 11 <sup>"</sup> 42	32° 22.8	- 14° 41.7
	581	3.8	15 38 55	26 35 0		
16	578	2.2	15 30 50	27 1 14	31 56.9	- 14 49.7
	Nk	6.0	20 49 14	82 11 42		
17	Nk	4	20 49 14	82 11 42	31 50.0	- 14 53.3
	593	4.0	15 53 49	27 8 27		
18	759	4.3	20 11 58	77 26 16	28 49.7	- 24 29.7
	634	3.6	16 56 48	31 3 35		
19	581	3.8	15 38 55	26 35 0	32 15.6	+ 13 8.7
	Nf	5.2	10 20 4	83 1 20		
20	451	6.0	12 0 38	77 24 51	28 11.7	+ 24 27.2
	576	4.1	15 29 16	31 39 57		
21	581	3.8	15 38 55	26 35 0	33 6.3	+ 21 51.2
	413	6.4	10 52 42	78 15 29		
22	550	2.0	14 50 58	74 31 39	20 34.4	+ 25 17.8
	626	3.3	16 39 47	39 5 42		
23	643	3.1	17 11 53	36 54 40	22 0.2	+ 15 54.0
	590	4.3	15 47 17	78 4 29		

### Die Beobachtung.

Als Instrument diente uns das im 1. Hefte dieses Bandes beschriebene Zenitteleskop. Seit dem Frühjahr 1908 sind an dem Instrumente keinerlei Änderungen vorgenommen worden. Die Beobachtungsbedingungen entsprechen also den der 2. Beobachtungsreihe nach Talkotts Methode. Das benutzte Okular war dasselbe mit 64-facher Vergrößerung. Die Temperatur des Beobachtungsturmes wurde an einem am Fernrohr befestigten Thermometer abgelesen. Die atmosphärischen Bedingungen waren schlechter als im Frühjahr 1908, aber immerhin noch gut zu nennen. Bei der Vergleichung der Genauigkeit der Methoden ziehen wir auch die im Herbst 1907 ausgeführten Talkott-Beobachtungen heran, weil damit unserer Ungeübtheit in der neuen Methode Rechnung getragen wird; die zweite Serie der Talkott-Beobachtungen war bei zu guten atmosphärischen und Arbeitsverhältnissen ausgeführt worden, um mit dieser Reihe verglichen werden zu können.

In Bezug auf die Ausführung der Beobachtung ist noch folgendes zu bemerken.

Es genügt nicht die Sternzeit und die für beide Sterne gemeinsamen Azimute und Zenitdistanzen vorausberechnet zu haben, da Sternzeiten und Azimute für den Mittelfaden gelten. Um die Niveauablesung rechtzeitig vornehmen zu können, ist es wünschenswert die Momente des Antritts am äussersten Horizontalfaden vorausberechnet zu haben. Man findet diese Zeitkorrektion aus der Formel:

$$\Delta \theta = \Delta \theta' = \frac{f}{15 \cos \varphi \sin a} .$$

Die Korrektion des Azimuts ist nur für den Südsterne nach der Formel (*E*) zu berechnen:

$$\Delta a_s = \frac{f}{\cos \varphi \sin t} ,$$

und die Einstellung mit dem korrigierten Azimut zu treffen.

Die Einstellung in Zenitdistanz ist bis auf 0.5 auszuführen. Unser Instrument erlaubte eine Einstellung nur bis auf 1'. Dadurch geschah es aber, dass die Sterne den Mittelfaden nicht genau zu den berechneten Zeiten passierten, wodurch die Symmetrie der Beobachtung etwas gestört war. Da wir fortlaufend und gleichzeitig mit dieser Beobachtungsreihe Zenitsterne für die Polhöschwankung beobachteten, so war es uns nicht möglich das Mikrometer abzunehmen und geeignete feste Horizontalfäden aufzuziehen. Wir mussten den beweglichen Faden benutzen und ihn je nach der Geschwindigkeit der Sterne um 1 oder 1.5 Revolutionen verschieben. Dieses erschwerte die Beobachtung und brachte dazu noch eine Fehlerquelle hinein durch die nicht absolut sichere Einstellung des Fadens. In der Regel sind 9 Durchgänge symmetrisch zum Mittelfaden beobachtet worden. Durch Wolken oder Versäumnis fielen aber manchmal ein oder mehrere Fäden aus. Das Doppelniveau wurde zweimal, bisweilen dreimal bei jedem Sterne abgelesen, zu Anfang und am Schluss der Antritte, eventuell auch in der Mitte der Beobachtung.

Ein leichtes Wackeln der Vertikalachse liess sich nicht wegkorrigieren. Dadurch traten während der Beobachtung desselben Sternes bei der Verschiebung im Azimut mit Hilfe der viel zu groben Mikrometerschraube erhebliche Neigungsänderungen des Fernrohrs ein (bis zu drei Teilungen des Niveaus). Dabei war die Neigung des Instruments so auskorrigiert, dass bei der Umliegung um 180° ohne Benutzung der Mikrometerschraube im Azimut kaum eine Neigungsänderung des Fernrohrs eintrat.

Zur Beobachtung diente das Chronometer Erikson 74, das vor Beginn und nach Schluss der Beobachtungen mit unserer Normaluhr Hohwü 40 ver-

glichen wurde. Die Korrekturen der Normaluhr waren bis auf 0<sup>s</sup>.1 bekannt. Der Gang des Chronometers während der Beobachtungsdauer war natürlich Temperaturschwankungen ausgesetzt. Trotzdem sind die interpolierten Uhrkorrekturen bis auf 0<sup>s</sup>.2—0<sup>s</sup>.3 genau und können nach dem vorhergehenden die Polhöhenwerte nicht verfälschen, weil die Beobachtung doch nahezu symmetrisch zum Mittelfaden ausgeführt wurde.

Die abgeleiteten Uhrkorrekturen sind für die Zeiten der Vergleichung mit der Normaluhr folgende:

		Mittl. Z.						Mittl. Z.			
		h	m	m	s			h	m	m	s
22	März	7	0	—4	2.5	3	Mai	9	28	—3	42.9
		15	11	—4	2.1			15	25	—3	43.2
29	"	7	44	—4	2.5	4	"	9	58	—3	42.2
		12	33	—4	2.7			15	22	—3	42.4
31	"	11	48	—4	2.6	5	"	9	12	—3	41.1
		11	14	—4	4.4			14	52	—3	40.5
4	April	17	16	—4	3.7	7	"	9	9	—3	39.9
		9	36	—4	4.5			15	10	—3	39.7
6	"	12	22	—4	5.1	8	"	8	29	—3	37.7
		6	47	—4	4.9			18	5	—3	37.6
7	"	15	48	—4	5.1	9	"	9	0	—3	36.1
		6	31	—4	8.4			15	1	—3	35.6
10	"	13	29	—4	9.4	11	"	9	8	—3	33.8
		13	21	—4	6.9			12	1	—3	34.1
13	"	16	11	—4	6.8	13	"	10	34	—3	31.5
		8	56	—3	57.7			14	24	—3	31.5
20	"	14	15	—3	57.5	15	"	11	14	—3	29.2
		8	54	—3	55.8	16	"	7	57	—3	27.7
21	"	14	47	—3	55.4			14	52	—3	27.8
		11	28	—3	54.3	17	"	8	27	—3	26.8
22	"	13	22	—3	54.3			12	56	—3	27.0
		6	47	—3	52.7	19	"	9	7	—3	25.4
23	"	15	47	—3	52.1			11	14	—3	25.7
		7	7	—3	51.6	23	"	10	0	—3	23.2
24	"	15	52	—3	51.8			14	6	—3	23.2
		10	34	—3	46.5	24	"	8	41	—3	21.5
28	"	13	43	—3	46.3			11	5	—3	21.8
		10	29	—3	45.9	27	"	8	31	—3	21.0
29	"	15	30	—3	46.0			11	17	—3	21.4
		8	27	—3	44.1	28	"	8	24	—3	20.4
1	Mai	13	32	—3	44.2			12	14	—3	20.6
		9	30	—3	43.5	29	"	10	8	—3	19.9
2	"	15	32	—3	43.7			12	12	—3	20.1

Da der Uhrgang gering war, konnte durchweg für beide Sterne desselben Paares dieselbe Uhrkorrektur benutzt werden.

### Das Doppelniveau.

Zu den im ersten Hefte publicierten Bestimmungen des Teilwerts unseres neuen Doppelniveaus sind noch 3 grössere Reihen hinzugekommen, 2 Bestimmungen durch Mireneinstellungen und 1 mit Hilfe des Prüfers, so dass jetzt folgende Bestimmungen vorliegen:

	Niv. I.		Prüfer	Niv. II.		
	Hin	Zurück	Mittel	Hin	Zurück	Mittel
Dec. 1907 $t = - 9^{\circ}9$	1.384	1.373	1.379	1.401	1.387	1.394
April 1908 $t = + 8.6$	1.375	1.357	1.366	1.405	1.388	1.396
Juli 1909 $t = + 16.2$	1.360	1.356	1.358	1.408	1.408	1.408
$t = + 5.0$			1.368			1.400
			Mire			
April 1908 $t = + 3.9$	1.368	1.368	1.368	1.413	1.392	1.398
Sept. 1908 $t = + 15.1$	1.389	1.391	1.390	1.421	1.417	1.419
April $t = + 8.1$ $t = + 9.0$	1.399	1.379	1.389	1.452	1.437	1.444
			1.380			1.420

Beim ersten Niveau lässt sich kein Temperaturkoeffizient feststellen. Das zweite scheint einen solchen zu besitzen, doch ist das Material noch ungenügend, um ihn in Rechnung zu ziehen. In Anbetracht der geringen Genauigkeit von Mirebestimmungen haben wir dem Mittelwert aus ihnen das halbe Gewicht gegeben und so folgende Werte erhalten

Niv. I.	Niv. II.	
1.372	1.407	$t = + 6^{\circ}3$

Gerechnet wurde mit dem Mittelwerte für beide Niveaus:

$$\lambda = 1.390.$$

In den „Beobachtungen und Resultaten“ enthält die Kolumne  $n$  die Zahl der beobachteten Antritte, unter  $m$  stehen die Uhrkorrekturen; die Kolumne Niv. enthält die Werte

$$\frac{i_n - i_s}{15 \cos \varphi \sin a} \lambda,$$

die Kolonnen I, II das erste und zweite Glied der Formel (IX), die Kolonne  $\Delta\varphi'$  die von den konstanten Fehlern der Paare befreiten Korrekturen des angenommenen Wertes der Polhöhe

$$\varphi_0 = 58^\circ 22' 48''.50.$$

Die Bedeutung der übrigen Kolonnen ist aus den Überschriften verständlich.

### Beobachtungen und Resultate.

Me.№	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$	m	$-(\theta_0 - \theta'_0)$	$\Sigma \frac{\theta' - \theta}{n}$	Niv.	I	II	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi'$	Bemerkungen.
1	März 22	1	W O	7	<sup>h</sup> <sup>m</sup> <sup>s</sup> 9 2 32.99 9 20 23.98	<sup>m</sup> <sup>s</sup> -4 2.4	+17 50.99	<sup>m</sup> <sup>s</sup> -17 51.786	-0.610	„+ 2.048	„- 2.066	58 22 48.50 -0.02	-0.29	
2	„	4	W O	7	10 27 42.22 10 38 40.65	-4 2.3	-10 58.43	+10 57.675	-0.250	1.621	1.500	+0.12	+0.37	
3	„	5	O W	8	10 54 47.05 11 17 18.27	-4 2.3	-22 31.22	+22 32.275	+0.490	1.159	1.202	-0.04	-0.20	
4	„	9	O W	8	13 18 25.98 13 31 17.40	-4 2.2	+12 51.42	-12 50.438	-1.238	0.477	0.999	-0.52	-0.24	
5	„	11	O W	5	13 53 50.63 14 0 43.06	-4 2.2	+ 6 52.43	- 6 50.12	+0.412	3.150	2.850	+0.30	+0.19	
6	„	12	W O	7	14 13 30.05 14 20 33.95	-4 2.1	+ 7 3.90	- 7 4.471	-0.223	1.437	1.454	-0.02	+0.04 -0.02	t = -6.5 B = 758.6 b = 4
7	März 29	2	O W	7	9 26 34.73 9 34 34.45	-4 2.5	+ 7 59.72	- 7 56.761	-1.784	1.901	2.041	-0.14	-0.16	
8	„	4	O W	9	10 27 42.42 10 38 41.74	-4 2.6	-10 59.32	+10 57.200	+1.350	1.236	1.781	-0.55	-0.30 -0.23	t = -0.2 B = 754.2 b = 3
9	März 31	6	W O	7	12 56 52.10 13 6 36.86	-4 2.6	+ 9 44.76	- 9 41.786	-0.097	3.218	3.369	-0.15	-0.26 -0.26	t = +3.3 B = 748.8 b = 3
10	April 4	2	O W	8	9 26 33.90 9 34 34.36	-4 4.6	+ 8 0.46	- 8 0.100	+1.056	2.128	1.996	+0.13	+0.11	
11	„	5	W O	9	10 54 47.00 11 17 16.98	-4 4.5	-22 29.98	+22 31.644	-0.989	1.384	1.221	+0.16	0.00	

№№	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$	m	$-(\theta'_0 - \theta_0)$	$\Sigma \frac{\theta' - \theta}{n}$	Niv.	I	II	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi'$	Bemerkungen.	
12	April 4	17	W O	8	$\begin{matrix} h & m & s \\ 15 & 8 & 8.16 \\ 15 & 18 & 49.11 \end{matrix}$	$\begin{matrix} m & s \\ -4 & 4.0 \end{matrix}$	+10 40.95	$\begin{matrix} m & s \\ -10 & 44.25 \end{matrix}$	-0.845	2.565	2.740	$\begin{matrix} 58 & 22 & 48.50 \\ -0.18 \end{matrix}$	-0.16		
13	"	20	W O	5	$\begin{matrix} 16 & 16 & 29.55 \\ 16 & 22 & 27.11 \end{matrix}$	-4 3.9	+ 5 57.56	- 5 57.02	+0.672	2.167	1.900	+0.27	+0.44		
14	"	21	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 31 & 30.03 \\ 16 & 44 & 27.66 \end{matrix}$	-4 3.9	-12 57.63	+12 59.45	-0.381	2.268	1.948	+0.32	+0.21		
15	"	22	W O	7	$\begin{matrix} 17 & 8 & 35.67 \\ 12 & 24 & 34.48 \end{matrix}$	-4 3.8	+15 58.81	-15 57.443	+1.367	1.246	1.110	+0.14	+0.17	+0.13	t = -4.9 B = 767.6 b = 4
16	April 6	5	O W	9	$\begin{matrix} 10 & 54 & 46.99 \\ 11 & 17 & 16.75 \end{matrix}$	-4 4.7	-22 29.76	+22 31.256	-0.661	1.711	1.082	+0.63	+0.47	+0.47	t = +1.4 B = 755.3 b = 4
17	April 7	1	W O	9	$\begin{matrix} 9 & 2 & 34.48 \\ 9 & 20 & 24.06 \end{matrix}$	-4 4.9	+17 49.58	-17 51.111	-0.239	2.578	2.012	+0.57	+0.30		
18	"	3	W O	6	$\begin{matrix} 9 & 54 & 38.10 \\ 10 & 7 & 33.81 \end{matrix}$	-4 5.0	-12 55.71	+12 56.200	+0.100	1.310	1.678	-0.37	-0.27		
19	"	4	O W	9	$\begin{matrix} 10 & 27 & 42.72 \\ 10 & 38 & 43.25 \end{matrix}$	-4 5.0	-11 0.53	+10 59.033	+0.734	1.223	1.692	-0.47	-0.22		
20	"	5	W O	9	$\begin{matrix} 10 & 54 & 46.98 \\ 11 & 17 & 16.65 \end{matrix}$	-4 5.0	-22 29.76	+22 30.167	+0.089	1.058	1.137	-0.08	-0.24		
21	"	9	O W	7	$\begin{matrix} 13 & 18 & 28.36 \\ 13 & 31 & 17.82 \end{matrix}$	-4 5.0	+12 49.46	-12 48.743	-1.270	1.035	1.503	-0.47	-0.19		
22	"	11	W O	8	$\begin{matrix} 13 & 53 & 46.26 \\ 14 & 0 & 42.05 \end{matrix}$	-4 5.0	+ 6 55.79	- 6 56.40	+2.621	2.328	2.064	+0.26	+0.15		
24	"	13	W O	8	$\begin{matrix} 14 & 18 & 46.47 \\ 14 & 36 & 22.45 \end{matrix}$	-4 5.0	+17 35.98	- 17 36.538	-0.305	1.537	2.276	-0.74	-0.59		
25	"	17	W O	9	$\begin{matrix} 15 & 8 & 8.88 \\ 15 & 18 & 49.15 \end{matrix}$	-4 5.1	+10 40.27	-10 40.022	-1.590	1.402	1.557	-0.15	-0.13		
26	"	18	O W	9	$\begin{matrix} 15 & 44 & 33.38 \\ 16 & 2 & 47.56 \end{matrix}$	-4 5.1	+18 14.18	-18 13.467	-1.014	0.539	1.093	-0.55	-0.34		
27	"	20	W O	4	$\begin{matrix} 16 & 16 & 29.16 \\ 16 & 22 & 27.07 \end{matrix}$	-4 5.1	+ 5 57.91	- 5 58.025	+1.780	2.977	2.600	+0.38	+0.55		
28	"	21	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 31 & 30.02 \\ 16 & 44 & 27.32 \end{matrix}$	-4 5.1	-12 57.30	+12 57.038	+1.206	1.487	1.345	+0.14	+0.03	-0.09	t = -2.4 B = 756.2 b = 4 - 5
29	April 10	1	O W	8	$\begin{matrix} 9 & 2 & 34.62 \\ 9 & 20 & 24.08 \end{matrix}$	-4 8.6	+17 49.46	-17 50.525	+0.418	0.942	-0.688	+0.25	-0.02		
30	"	2	W O	8	$\begin{matrix} 9 & 26 & 33.37 \\ 9 & 34 & 34.33 \end{matrix}$	-4 8.6	+ 8 0.96	- 8 1.050	+0.735	0.969	0.899	+0.07	+0.05		

№	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$	m	$-(\theta'_0 - \theta_0)$	$\sum \frac{\theta' - \theta}{n}$	Niv.	I	II	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi'$	Bemerkungen.	
31	April 10	3	O W	6	$\begin{matrix} h & m & s \\ 9 & 54 & 38.10 \\ 10 & 7 & 33.65 \end{matrix}$	$\begin{matrix} m & s \\ -4 & 8.7 \end{matrix}$	-12 55.55	+12 55.783	+0.152	+	-	$\begin{matrix} 58 & 22 & 48.50 \\ 22 & 48.50 \end{matrix}$	+0.32	+0.12	$t = -5.6$ $B = 749.8$ $b = 4$
32	April 13	17	O W	8	$\begin{matrix} 15 & 8 & 10.11 \\ 15 & 18 & 49.27 \end{matrix}$	-4 6.8	+10 39.16	-10 42.488	+1.555	1.853	1.745	+0.11	+0.13		
33	"	18	W O	8	$\begin{matrix} 15 & 44 & 33.94 \\ 16 & 2 & 47.74 \end{matrix}$	-4 6.8	+18 13.80	-18 13.625	-0.572	0.711	1.14	-0.43	-0.22		
34	"	20	O W	7	$\begin{matrix} 16 & 16 & 28.53 \\ 16 & 22 & 27.05 \end{matrix}$	-4 6.8	+ 5 58.52	- 5 58.057	-0.131	0.593	1.170	-0.58	-0.41		
35	"	22	O W	9	$\begin{matrix} 17 & 8 & 34.63 \\ 17 & 24 & 34.25 \end{matrix}$	-4 6.8	+15 59.63	-15 58.944	-0.124	1.020	0.710	+0.31	+0.34	-0.04	$t = -0.8$ $B = 747.7$ $b = 4$
36	April 20	3	O W	5	$\begin{matrix} 9 & 54 & 38.02 \\ 10 & 17 & 32.93 \end{matrix}$	-3 57.7	-12 54.91	+12 54.433	+0.840	0.806	-1.042	-0.24	-0.14		
37	"	5	O W	6	$\begin{matrix} 10 & 54 & 46.96 \\ 11 & 17 & 15.54 \end{matrix}$	-3 57.7	-22 28.58	+22 29.300	-0.235	0.994	0.837	+0.16	0.00	-0.07	$t = -4.5$ $B = 756.1$ $b = 4$
38	April 21	20	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 16 & 27.45 \\ 16 & 22 & 26.97 \end{matrix}$	-3 55.4	+ 5 59.52	- 5 58.338	-0.352	1.484	1.684	-0.20	-0.03	-0.03	$t = -2.4$ $B = 753.5$
39	April 22	11	O W	7	$\begin{matrix} 13 & 53 & 41.89 \\ 14 & 0 & 41.08 \end{matrix}$	-3 54.3	+ 5 59.19	- 6 0.043	+1.641	0.912	0.801	+0.11	0.00		
40	"	12	O W	8	$\begin{matrix} 14 & 13 & 35.23 \\ 14 & 20 & 35.08 \end{matrix}$	-3 54.3	+ 6 59.85	- 6 59.375	-0.691	0.390	0.66	-0.27	-0.21	-0.10	$t = -3.6$ $B = 753.2$ $b = 4$
41	April 23	3	O W	7	$\begin{matrix} 9 & 54 & 38.03 \\ 10 & 7 & 32.82 \end{matrix}$	-3 52.6	-12 54.79	+12 56.186	-0.904	1.092	1.026	+0.07	+0.17		
42	"	4	W O	11	$\begin{matrix} 10 & 27 & 43.16 \\ 10 & 38 & 45.34 \end{matrix}$	-3 52.6	-11 2.18	+11 1.464	+0.161	0.891	1.060	-0.17	+0.08		
43	"	5	O W	10	$\begin{matrix} 10 & 54 & 46.97 \\ 11 & 17 & 15.35 \end{matrix}$	-3 52.5	-22 28.38	+22 29.570	-0.850	0.697	0.597	+0.10	-0.06		
44	"	10	O W	9	$\begin{matrix} 13 & 36 & 38.94 \\ 13 & 53 & 15.37 \end{matrix}$	-3 52.5	+16 36.43	-16 35.100	+1.330	2.130	2.230	-0.10	-0.25		
45	"	14	O W	9	$\begin{matrix} 14 & 44 & 52.03 \\ 14 & 54 & 1.25 \end{matrix}$	-3 52.4	- 9 9.22	+ 9 8.189	+0.464	1.213	1.018	+0.19	-0.01		

№№	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$		m	$-(\theta'_0 - \theta_0)$	$\sum \frac{\theta' - \theta}{n}$	Niv.	I	II	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi'$	Bemerkungen.
					h m s	m s									
46	April 23	22	W O	6	17 8 33.13 17 24 33.89	-3 52.2	+16 0.76	-15 59.95	-0.090	+	1.340	1.050	+0.29	+0.32 +0.04	t = 0.0 B = 753.2 b = 4
47	April 24	3	W O	4	9 54 38.03 10 7 32.78	-3 51.6	-12 54.75	+12 55.175	+0.195	+	1.376	1.572	-0.20	-0.10	
48	"	4	O W	9	10 27 43.20 10 38 45.43	-3 51.6	-11 2.23	+11 0.967	-1.263	+	0.955	1.114	-0.16	+0.09	
49	"	10	W O	9	13 36 38.60 13 53 15.30	-3 51.7	+16 36.70	-16 32.789	-0.823	+	2.660	2.420	+0.24	+0.09	
50	"	13	O W	6	14 18 49.33 14 36 23.03	-3 51.7	+17 33.70	-17 33.817	-0.108	+	0.400	0.720	-0.32	-0.17	
51	"	14	W O	8	14 44 52.05 14 54 1.38	-3 51.7	- 9 9.33	+ 9 8.400	+0.535	+	0.845	0.686	+0.16	-0.04	
52	"	17	O W	10	15 8 12.82 15 18 49.44	-3 51.7	+10 36.62	-10 42.08	+3.138	+	2.427	2.545	-0.12	-0.10	
53	"	21	W O	9	16 31 30.10 16 44 25.40	-3 51.8	-12 55.30	+12 56.533	-0.578	+	1.033	1.339	-0.31	-0.42	
54	"	23	W O	7	17 41 30.35 17 46 58.95	-3 51.8	- 5 28.60	+ 5 28.357	+1.309	+	1.194	1.236	-0.04	-0.02 -0.08	t = -1.9 B = 755.7 b = 4
55	April 28	12	W O	8	14 13 36.27 14 20 35.33	-3 46.4	+ 6 59.06	- 6 59.562	+0.184	+	0.575	0.546	+0.03	+0.09	
56	"	17	W O	10	15 8 13.69 15 18 40.60	-3 46.4	+10 35.91	-10 39.47	+1.826	+	1.760	1.903	-0.14	-0.12 -0.02	t = +7.0 B = 744.7 b = 4
57	April 29	9	W O	9	13 18 31.68 13 31 18.46	-3 45.9	+12 46.78	-12 47.111	+0.149	+	0.341	0.773	-0.43	-0.15	
58	"	12	O W	8	14 13 36.45 14 20 35.36	-3 45.9	+ 6 58.91	- 6 57.30	-1.890	+	0.507	0.589	-0.08	-0.02	
59	"	17	O W	10	15 8 13.95 15 18 49.53	-3 45.9	+10 35.58	-10 39.020	+1.047	+	2.500	2.430	+0.07	+0.09	
60	"	19	W O	7	16 10 9.01 16 19 1.42	-3 46.0	- 8 52.41	+ 8 55.543	-0.340	+	2.565	-2.578	-0.01	-0.01	
61	"	22	O W	7	17 8 32.25 17 24 33.68	-3 46.0	+16 1.43	-16 0.700	-0.850	+	-0.22	0.52	-0.74	-0.71	
62	"	23	W O	7	17 41 30.16 17 46 57.94	-3 46.0	- 5 27.78	+ 5 26.829	+1.811	+	0.963	0.696	+0.26	+0.28 -0.09	t = +5.1 B = 747.4 b = 3 - 4
63	Mai 1	8	O W	9	13 10 49.29 13 19 24.97	-3 44.1	+ 8 35.68	- 8 37.10	+0.266	+	1.579	1.489	+0.09	-0.10	

№№	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$		m	$-(\theta'_0 - \theta_0)$	$\Sigma \frac{\theta' - \theta}{n}$	Niv.	I	II	$\angle \varphi$	$\angle \varphi'$	Bemerkungen.	
					$\theta_0$	$\theta'_0$										
64	Mai 1	10	W O	7	$\begin{matrix} h & m & s \\ 13 & 36 & 35.94 \\ 13 & 53 & 14.69 \end{matrix}$	$\begin{matrix} m & s \\ -3 & 44.1 \end{matrix}$	+16 38.75	-16 34.929	-1.031	2.400	2.070	$\begin{matrix} 58 & 22 & 48.50 \\ +0.33 & +0.18 \\ +0.04 \end{matrix}$		$t = +5.7$ $B = 749.3$		
65	Mai 2	7	O W	7	$\begin{matrix} 13 & 0 & 51.16 \\ 13 & 6 & 32.25 \end{matrix}$	-3 43.5	- 5 41.09	+ 5 40.286	+0.524	0.492	0.596	-0.10	-0.12			
66	"	9	O W	10	$\begin{matrix} 13 & 18 & 32.18 \\ 13 & 31 & 18.53 \end{matrix}$	-3 43.5	+12 46.35	-12 47.020	+0.143	0.986	0.915	+0.07	+0.35			
67	"	11	W O	8	$\begin{matrix} 15 & 53 & 39.00 \\ 14 & 0 & 40.42 \end{matrix}$	-3 43.5	+ 7 1.42	- 6 59.625	-0.380	1.640	1.420	+0.22	+0.11			
68	"	13	O W	10	$\begin{matrix} 14 & 18 & 50.71 \\ 14 & 36 & 23.28 \end{matrix}$	-3 43.6	+17 32.57	-17 34.160	+0.844	1.325	1.073	+0.25	+0.40			
69	"	15	W O	9	$\begin{matrix} 14 & 51 & 50.25 \\ 15 & 3 & 58.94 \end{matrix}$	-3 43.6	+12 8.69	-12 12.822	+2.047	2.150	1.770	+0.38	+0.39			
70	"	19	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 10 & 9.02 \\ 16 & 19 & 0.58 \end{matrix}$	-3 43.6	- 8 51.56	+ 8 56.562	-2.439	2.354	2.308	+0.04	+0.04			
71	"	21	W O	9	$\begin{matrix} 16 & 31 & 30.10 \\ 16 & 44 & 24.32 \end{matrix}$	-3 43.6	-12 54.22	+12 55.933	-0.914	1.260	1.110	+0.15	+0.04			
72	"	22	O W	8	$\begin{matrix} 17 & 8 & 31.73 \\ 17 & 24 & 33.51 \end{matrix}$	-3 43.7	+16 1.78	-16 0.000	-1.340	0.820	1.080	-0.26	-0.23			
73	"	23	O W	6	$\begin{matrix} 17 & 41 & 29.99 \\ 17 & 46 & 57.15 \end{matrix}$	-3 43.7	- 5 27.16	+ 5 28.783	-0.972	0.729	0.898	-0.17	-0.15			$t = +0.6$ $B = 748.5$ $b = 4$
74	Mai 3	8	W O	10	$\begin{matrix} 13 & 10 & 49.68 \\ 13 & 19 & 24.97 \end{matrix}$	-3 42.9	+ 8 35.29	- 8 38.030	+1.328	1.932	1.602	+0.33	+0.14			
75	"	10	O W	8	$\begin{matrix} 13 & 36 & 35.04 \\ 13 & 53 & 14.47 \end{matrix}$	-3 $\begin{matrix} 42.9 \\ 43.0 \end{matrix}$	+16 39.53	-16 34.950	-1.361	2.780	2.400	+0.38	+0.23			
76	"	12	W O	10	$\begin{matrix} 14 & 13 & 37.24 \\ 14 & 20 & 35.52 \end{matrix}$	-3 43.0	+ 6 58.28	- 6 57.77	-1.050	0.980	0.970	+0.01	+0.07			
77	"	16	O W	8	$\begin{matrix} 14 & 55 & 50.31 \\ 15 & 4 & 42.93 \end{matrix}$	-3 43.0	- 8 52.62	+ 8 51.062	-0.080	1.707	1.973	-0.27	-0.22			
78	"	19	W O	10	$\begin{matrix} 16 & 10 & 9.02 \\ 16 & 19 & 0.28 \end{matrix}$	-3 43.1	- 9 51.26	+ 9 52.99	+0.772	2.298	2.515	-0.22	-0.22			
79	"	21	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 31 & 30.10 \\ 16 & 44 & 24.16 \end{matrix}$	-3 43.1	-12 54.06	+12 54.800	-0.010	1.150	1.120	+0.03	-0.08			
80	"	22	W O	9	$\begin{matrix} 17 & 8 & 31.55 \\ 17 & 24 & 33.46 \end{matrix}$	-3 43.2	+16 1.91	-16 0.986	-0.144	1.450	1.120	+0.33	+0.36			
81	"	23	O W	8	$\begin{matrix} 17 & 41 & 29.93 \\ 17 & 46 & 56.87 \end{matrix}$	-3 43.2	- 5 26.94	+ 5 28.329	-0.446	1.056	1.174	-0.12	-0.11			$t = +0.6$ $B = 760.9$ $b = 4$
82	Mai 4	6	O W	9	$\begin{matrix} 12 & 56 & 46.32 \\ 16 & 6 & 37.56 \end{matrix}$	-3 42.2	+ 9 51.24	- 9 47.067	-2.810	1.525	1.660	-0.14	-0.25			

N <sup>o</sup>	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_n$	m	$-(\theta'_n - \theta_0)$	$\sum \frac{\theta'_n - \theta_0}{n}$	Niv.	I	II	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi'$	Bemerkungen.	
83	Mai 4	9	W O	10	$\begin{matrix} h & m & s \\ 13 & 18 & 32.50 \\ 13 & 31 & 18.59 \end{matrix}$	$\begin{matrix} m & s \\ -3 & 42.2 \end{matrix}$	+12 46.09	$\begin{matrix} m & s \\ -12 & 47.330 \end{matrix}$	+0.936	+	0.569	0.916	$\begin{matrix} 58 & 22 & 48.5 \\ -0.35 & -0.07 \end{matrix}$		
84	"	11	O W	8	$\begin{matrix} 13 & 53 & 38.31 \\ 14 & 0 & 40.27 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 42.2 \end{matrix}$	+ 7 1.96	- 6 58.038	-2.566	1.570	1.520	+0.05	-0.06		
85	"	14	W O	6	$\begin{matrix} 14 & 44 & 52.22 \\ 14 & 54 & 2.69 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 42.3 \end{matrix}$	- 9 10.47	+ 9 8.883	+1.000	1.256	0.907	+0.35	+0.15		
86	"	22	O W	10	$\begin{matrix} 17 & 8 & 31.27 \\ 17 & 24 & 33.39 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 42.4 \end{matrix}$	+16 2.12	- 16 0.140	-1.616	0.676	0.944	-0.27	-0.24	-0.09	$t = +2.6$ $B = 768.8$ $b = 3$
87	Mai 5	8	W O	9	$\begin{matrix} 13 & 10 & 50.04 \\ 13 & 19 & 25.01 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 41.0 \end{matrix}$	+ 8 34.97	- 8 36.811	+0.922	1.257	1.232	+0.02	-0.21		
88	"	13	O W	8	$\begin{matrix} 14 & 18 & 51.30 \\ 14 & 36 & 23.39 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 40.9 \end{matrix}$	-17 32.09	+17 33.888	+1.314	0.859	0.925	-0.07	+0.08		
89	"	15	O W	8	$\begin{matrix} 14 & 51 & 51.10 \\ 15 & 3 & 58.97 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 40.9 \end{matrix}$	+12 7.87	-12 10.30	+1.249	1.218	1.399	-0.18	-0.17		
90	"	18	O W	10	$\begin{matrix} 15 & 44 & 37.83 \\ 16 & 2 & 48.39 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 40.8 \end{matrix}$	+18 10.56	-18 11.750	+0.803	0.693	0.728	-0.03	+0.18		
91	"	19	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 10 & 9.03 \\ 16 & 18 & 59.69 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 40.8 \end{matrix}$	- 8 50.66	+ 8 53.862	-1.149	1.886	2.172	-0.29	-0.29	-0.08	$t = +1.3$ $B = 767.2$ $b = 3$
92	Mai 7	8	O W	8	$\begin{matrix} 13 & 10 & 50.35 \\ 13 & 19 & 25.03 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 39.9 \end{matrix}$	+ 8 34.68	- 8 36.10	+0.766	0.895	0.755	+0.14	-0.05		
93	"	11	W O	8	$\begin{matrix} 13 & 53 & 37.46 \\ 14 & 0 & 40.09 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 39.9 \end{matrix}$	+ 6 2.63	- 6 3.862	+2.040	0.935	1.052	-0.12	-0.23		
94	"	13	W O	6	$\begin{matrix} 14 & 18 & 59.66 \\ 14 & 36 & 23.48 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 39.9 \end{matrix}$	+17 31.82	-17 33.283	+0.772	1.227	1.542	-0.32	-0.17		
95	"	15	O W	9	$\begin{matrix} 14 & 51 & 51.62 \\ 15 & 3 & 59.01 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 39.8 \end{matrix}$	+12 7.30	-12 10.000	+1.160	1.495	1.601	-0.12	-0.11		
96	"	20	W O	8	$\begin{matrix} 16 & 16 & 25.00 \\ 16 & 22 & 26.77 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 39.8 \end{matrix}$	+ 6 1.77	- 6 2.275	+0.927	0.754	0.966	-0.21	-0.04	-0.12	$t = -1.7$ $B = 766.2$ $b = 3$
97	Mai 8	8	W O	9	$\begin{matrix} 13 & 10 & 50.50 \\ 13 & 19 & 25.05 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 37.7 \end{matrix}$	+ 8 34.55	- 8 36.389	+0.533	1.787	1.670	+0.12	-0.07		
98	"	10	O W	10	$\begin{matrix} 13 & 36 & 33.16 \\ 13 & 53 & 14.07 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 37.7 \end{matrix}$	+16 40.91	-16 36.010	-1.775	2.690	2.730	-0.04	-0.19		
99	"	12	O W	9	$\begin{matrix} 14 & 13 & 38.19 \\ 14 & 20 & 35.75 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -3 & 37.7 \end{matrix}$	+ 6 57.56	- 6 58.511	+0.414	0.972	1.087	-0.12	-0.08		

№.№	1909	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$	m	$-(\theta'_0 - \theta_0)$	$\sum \frac{\theta' - \theta}{n}$	Niv.	I	II	$\Delta\varphi$	$\Delta\varphi'$	Bemerkungen.	
100	Mai 8	18	O W	10	$\begin{matrix} h & m & s \\ 15 & 44 & 38.39 \\ 16 & 2 & 48.52 \end{matrix}$	$\begin{matrix} m & s \\ -3 & 37.6 \end{matrix}$	+18 10.13	$\begin{matrix} m & s \\ -18 & 10.610 \end{matrix}$	-0.095	+	1.030	1.040	$\begin{matrix} 58 & 22 & 48.50 \\ -0.01 \end{matrix}$	+0.20	
101	"	19	W O	9	$\begin{matrix} 16 & 10 & 9.06 \\ 16 & 18 & 58.86 \end{matrix}$	-3 37.7	- 8 49.80	+ 8 56.089	-3.709	2.369	2.121	+0.25	+0.25		
102	"	21	O W	9	$\begin{matrix} 16 & 31 & 30.14 \\ 16 & 44 & 23.37 \end{matrix}$	-3 37.6	-12 53.20	+12 55.90	-1.623	1.651	1.422	+0.23	+0.12	+0.04	$t = -0.7$ $B = 763.2$ $b = 3$
103	Mai 9	7	W O	7	$\begin{matrix} 13 & 0 & 51.30 \\ 16 & 6 & 33.22 \end{matrix}$	-3 36.0	- 5 41.92	+ 5 41.143	+0.479	0.518	0.889	-0.37	-0.39		
104	"	9	O W	9	$\begin{matrix} 13 & 18 & 33.21 \\ 13 & 31 & 18.75 \end{matrix}$	-3 36.0	+12 45.54	-12 47.167	+1.318	0.578	0.755	-0.18	-0.10		
105	"	11	W O	9	$\begin{matrix} 13 & 53 & 36.97 \\ 14 & 0 & 39.96 \end{matrix}$	-3 36.0	+ 7 2.99	- 6 59.844	-1.421	1.995	2.024	-0.03	-0.14		
106	"	12	O W	9	$\begin{matrix} 14 & 13 & 38.34 \\ 14 & 20 & 35.83 \end{matrix}$	-3 35.9	+ 6 57.49	- 6 59.333	+1.249	1.075	1.071	0.00	+0.06		
107	"	18	W O	10	$\begin{matrix} 15 & 44 & 38.56 \\ 16 & 2 & 48.54 \end{matrix}$	-3 35.8	+18 9.98	-18 11.020	+0.735	0.546	0.985	-0.44	-0.23		
108	"	19	O W	8	$\begin{matrix} 16 & 10 & 9.07 \\ 16 & 18 & 58.63 \end{matrix}$	-3 35.8	- 8 49.56	+ 8 54.462	-2.471	2.233	2.294	-0.06	-0.06	-0.14	$t = -0.5$ $B = 754.3$ $b = 2 - 3$
109	Mai 11	6	W O	9	$\begin{matrix} 12 & 56 & 45.26 \\ 13 & 6 & 37.71 \end{matrix}$	-3 33.8	+ 9 52.45	+ 9 48.578	-2.017	2.076	1.343	+0.73	+0.62	+0.62	$t = +4.0$ $B = 756.0$ $b = 2$
110	Mai 13	13	O W	9	$\begin{matrix} 14 & 18 & 52.69 \\ 14 & 36 & 23.71 \end{matrix}$	-3 31.5	+17 31.02	-17 31.244	-0.407	1.120	0.810	+0.31	+0.46		
111	"	16	W O	9	$\begin{matrix} 14 & 55 & 50.49 \\ 15 & 4 & 45.39 \end{matrix}$	-3 31.5	- 8 54.90	+ 8 52.876	+0.534	1.572	1.587	-0.02	+0.03		
112	"	18	O W	10	$\begin{matrix} 15 & 44 & 39.23 \\ 16 & 2 & 48.70 \end{matrix}$	-3 31.5	+18 9.47	-18 11.170	+1.023	1.213	1.021	+0.19	+0.40		
113	"	19	W O	10	$\begin{matrix} 16 & 10 & 9.10 \\ 16 & 18 & 57.75 \end{matrix}$	-3 31.5	- 8 48.65	+ 8 52.590	-0.781	2.838	2.570	+0.27	+0.27		
114	"	21	O W	10	$\begin{matrix} 16 & 31 & 30.20 \\ 16 & 44 & 22.71 \end{matrix}$	-3 31.5	-12 52.51	+12 55.330	-1.654	1.839	1.603	+0.24	+0.13	+0.26	$t = +6.0$ $B = 747.7$ $b = 2$
115	Mai 15	16	O W	9	$\begin{matrix} 14 & 55 & 50.49 \\ 15 & 4 & 45.51 \end{matrix}$	-3 29.2	- 8 55.41	+ 8 52.033	+1.243	2.221	1.980	+0.24	+0.29	+0.29	$t = +3.0$ $B = 756.0$ $b = 2$
116	Mai 16	7	O W	6	$\begin{matrix} 13 & 0 & 51.42 \\ 13 & 6 & 34.15 \end{matrix}$	-3 27.7	- 5 42.73	+ 5 41.883	+0.133	1.240	1.035	+0.20	+0.18		

№№	1908	Paar	Ok.	n	$\theta_0$ und $\theta'_0$		m	$-(\theta'_0 - \theta_0)$	$\Sigma \frac{\theta'_i - \theta_i}{n}$	Niv.	I	II	$\angle \varphi$	$\angle \varphi'$	Bemerkungen.	
					h	m										s
117	Mai 16	9	W	9	13 18 34.21	13 31 18.94	-3	27.7	+12 44.73	-12 46.633	+1.398	0.944	1.012	0.07	+0.21	
118	"	14	W	9	14 44 52.47	14 54 4.26	-3	27.7	- 9 11.79	+ 9 9.767	+1.583	0.942	1.040	- 0.10	- 0.39	
119	"	20	W	9	16 16 23.62	16 22 26.65	-3	27.8	+ 6 3.03	- 6 1.70	-1.148	0.925	0.851	- 0.53	- 0.36	$t = + 3.0$ $B = 759.0$ $b = 3$
120	Mai 17	9	W	11	12 56 44.55	13 6 37.83	-3	26.8	+ 9 53.25	- 9 50.009	-1.225	2.255	2.242	+0.01	- 0.16	
121	"	18	W	7	14 55 50.55	15 4 46.51	-3	26.9	- 8 55.96	- 8 52.371	-1.780	1.854	-2.027	- 0.14	- 0.69	
122	"	20	W	9	16 16 23.41	16 22 26.83	-3	27.0	- 6 3.22	- 6 0.600	-1.938	1.219	1.550	- 0.33	- 0.16	$t = + 5.3$ $B = 761.0$ $b = 1 - 2$
123	Mai 19	7	W	8	11 9 51.45	11 9 34.42	-3	25.4	- 5 43.01	- 5 41.333	-0.863	1.364	0.992	+0.37	+0.35	$t = 5.0$ $B = 750.2$ $b = 3$
124	Mai 23	17	W	8	14 51 55.82	15 3 50.30	-3	28.2	-12 3.92	-12 7.388	-1.775	1.694	1.736	- 0.09	- 0.08	$t = + 2.7$ $B = 762.9$ $b = 4$
125	Mai 24	4	W	9	12 56 43.88	13 1 37.37	-3	21.5	- 9 54.09	- 9 49.811	-2.116	2.427	- 2.338	+0.09	- 0.02	
126	"	15	W	7	14 51 55.76	15 3 50.31	-3	21.8	-12 3.81	-12 7.422	-2.252	1.608	1.667	- 0.06	- 0.05	$t = + 5.5$ $B = 755.9$ $b = 3$
127	Mai 27	9	W	8	13 11 53.11	13 13 25.32	-3	21.0	- 3 32.21	- 3 34.913	-1.334	1.872	1.415	+0.46	+0.27	
128	"	10	W	8	13 36 28.95	13 33 12.74	-3	21.1	-18 45.79	- 18 39.900	-2.878	2.590	2.506	+0.09	+0.06	
129	"	17	W	9	15 3 27.11	15 13 50.08	-3	21.3	+16 28.97	- 16 33.779	-2.931	1.345	1.551	+0.29	+0.31	$t = + 6.5$ $B = 757.0$ $b = 2 - 3$
130	Mai 28	17	W	10	15 3 21.38	15 13 50.08	-3	20.5	+16 28.79	- 16 31.540	+1.061	1.359	1.901	- 0.04	- 0.02	$t = + 10.8$ $B = 756.7$ $b = 3$
131	Mai 29	14	W	9	14 44 52.75	14 54 4.98	-3	19.9	+ 9 13.23	+ 9 12.089	+0.558	1.252	0.880	+0.39	+0.19	$t = + 12.8$ $B = 759.2$

\*\*

### Diskussion der Resultate.

Nehmen wir aus allen 131 Beobachtungen (13. Kolumne) das Mittel, so ergibt sich

$$\varphi = 58^{\circ} 22' 48''.49 \pm 0''.016 .$$

Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung ist

$$\varepsilon = \pm 0''.18 .$$

Um den Einfluss der Fehler in den Koordinaten der Sterne abzuleiten, ermitteln wir erst den wahrscheinlichen Fehler der einzelnen Paare. Dazu stellen wir die Beobachtungen der einzelnen Paare zusammen.

Datum \ Paar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22 März	-0.02			+0.12	-0.04				-0.52		+0.30	-0.02
29 "		-0.14		-0.55								
31 "						-0.15						
4 April		+0.13			+0.16							
6 "					+0.63							
7 "	+0.57		-0.37	-0.47	-0.08				-0.47		+0.26	
10 "	+0.25	+0.07	+0.22									
13 "												
20 "			-0.24		+0.16							
21 "												
22 "											+0.11	-0.27
23 "			+0.07	-0.17	+0.10					-0.10		
24 "			-0.20	-0.16						+0.24		
28 "												+0.03
29 "									-0.43			-0.08
1 Mai								+0.09		+0.33		
2 "							-0.10		+0.07		+0.22	
3 "								+0.33		+0.38		+0.01
4 "							-0.14		-0.35		+0.05	
5 "								+0.02				
7 "								+0.14			-0.12	
8 "								+0.12		-0.04		-0.12
9 "									-0.18		-0.03	0.00
11 "						+0.73						
13 "												
15 "												
16 "							+0.20		-0.07			
17 "						+0.01						
19 "							+0.37					
23 "												
24 "						+0.09						
27 "								+0.46		+0.09		
28 "												
29 "												
Mittel	+0.27	+0.02	-0.10	-0.25	+0.16	+0.11	+0.02	+0.19	-0.28	+0.15	+0.11	-0.06
wahrsch. Fehl. einer Beob.	$\pm 0.20$	$\pm 0.10$	$\pm 0.18$	$\pm 0.18$	$\pm 0.16$	$\pm 0.24$	$\pm 0.22$	$\pm 0.12$	$\pm 0.14$	$\pm 0.13$	$\pm 0.10$	$\pm 0.07$

Paar Datum	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
22 März											
29 "											
31 "											
4 April					-0.18			+0.27	+0.32	+0.14	
6 "											
7 "	-0.74				-0.15	-0.55		+0.38	+0.14		
10 "											
13 "					+0.11	-0.43		-0.58		+0.31	
20 "											
21 "								-0.20			
22 "											
23 "		+0.19								+0.29	
24 "	-0.32	+0.16			-0.12				-0.31		-0.04
28 "					-0.14						
29 "					+0.07		-0.01			-0.74	+0.26
1 Mai											
2 "	+0.25		+0.38				+0.04		+0.15	-0.26	-0.17
3 "				-0.27			-0.22		+0.03	+0.33	-0.12
4 "		+0.35								-0.27	
5 "	-0.07		-0.18			-0.03	-0.29				
7 "	-0.32		-0.12					-0.21			
8 "						-0.01	+0.25		+0.23		
9 "						-0.44	-0.06				
11 "											
13 "	+0.31			-0.02		+0.19	+0.27		+0.24		
15 "				+0.24							
16 "		-0.10						-0.53			
17 "				-0.14				-0.33			
19 "											
23 "			-0.09								
24 "			-0.06								
27 "					+0.29						
28 "					-0.04						
29 "		+0.39									
Mittel	-0.15	+0.20	-0.01	-0.05	-0.02	-0.21	+0.00	-0.17	+0.11	-0.03	-0.02
wahrsch. Fehl. einer Beob.	± 0.27	± 0.13	± 0.15	± 0.15	± 0.11	± 0.23	± 0.14	± 0.25	± 0.14	± 0.23	± 0.14

Im Mittel ist der wahrscheinliche Beobachtungsfehler

$$\varepsilon_1 = \pm 0''.16 .$$

Für die Talkottbeobachtungen war im Mittel aus beiden Reihen:

$$\varepsilon_1 = \pm 0''.13 .$$

Die Anwendung eines Chronographen, sowie fester Horizontalfäden würde die Genauigkeit der Methode noch steigern, so dass in Bezug auf die Grösse des zufälligen Beobachtungsfehlers beide Methoden als vollständig gleichwertig anzusehen sind.

In der vorliegenden Reihe erhielten alle Beobachtungen dasselbe Gewicht und es sind nur die wenigen fortgelassen worden, wo ein grober Fehler von

einigen Zeitsekunden vorlag; sonst sind alle von der ersten an in Betracht gezogen.

Der wahrscheinliche Fehler  $\varepsilon_2$ , herrührend von den Fehlern der Koordinaten der Sterne, ergibt sich

$$\varepsilon_2 = \sqrt{0.18^2 - 0.16^2} = \pm 0''.08 .$$

Dieser Wert stimmt auch mit der Theorie gut überein, denn es lässt sich  $\varepsilon_2$  nach der Formel

$$\varepsilon_2 = \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2 a \cos^2 \varphi \varepsilon_a^2 + \frac{1}{4} \sec^2 a (\cos^2 p + \cos^2 p') \varepsilon_\delta^2}$$

berechnen. Setzt man hier nach Auwers

$$\varepsilon_a = \varepsilon_\delta = \pm 0''.15 ,$$

so ergibt sich

$$\varepsilon_2 = \pm 0''.15 \sec a \sqrt{\sin^2 a \cos^2 \varphi + \frac{1}{4} (\cos^2 p + \cos^2 p')} .$$

Wir erhalten für unsere 23 Paare folgende Werte von  $\varepsilon_2$

Paar	$\varepsilon_2$
1	$\pm 0.61 \times 0''.15$
2	.56 "
3	.62 "
4	.58 "
5	.63 "
6	.62 "
7	.59 "
8	.58 "
9	.59 "
10	.67 "
11	.65 "
12	.59 "
13	.58 "
14	.64 "
15	.54 "
16	.53 "
17	.53 "
18	.58 "
19	.53 "
20	.58 "
21	.58 "
22	.66 "
23	.65 "

Im Mittel  $\pm 0.59 \times 0''.15 = \pm 0''.09$

Der Fehler in den Koordinaten der Sterne ist somit auf 0.6 eines Deklinationsfehlers des F. k. reduciert. Dieses ist bei der Möglichkeit, nur Fundamentalsterne zu benutzen, ein grosser Vorzug der Methode, besonders zur Bestimmung mittlerer Polhöhenwerte. Will man nach der Talkott-Methode letztere von Deklinationsfehlern befreien, so muss man bei Benutzung von Sternkatalogen, deren Deklinationen mit dem wahrscheinlichen Fehler von  $\pm 0.25$  behaftet sind, etwa das 8-fache an Sternpaaren anwenden.

Um den Einfluss der anderen Fehlerquellen auf unsere Polhöhenwerte festzustellen, haben wir noch den wahrscheinlichen Fehler der Beobachtung an einem Faden aus den Abweichungen vom Mittelwerte aus allen Fäden abgeleitet; dazu wurden circa 200 Einzelantritte berechnet. Es ergab sich:

$$\varepsilon'_1 = \pm 0.27 ,$$

ein viel kleinerer Wert als man bei der mittleren Zahl von 8 Fäden nach dem Fehler  $\varepsilon_1$  erwarten könnte.

Es ist also auch hier der zufällige Antritts- und Niveaufehler, wie bei den Talkottbeobachtungen der Bisektions- und Niveaufehler nicht die einzige Ursache der Abweichung. Die Änderung der atmosphärischen Verhältnisse von Abend zu Abend, so wieeventuell Lotabweichungen und kurzperiodische Polhöhen-schwankungen lassen den wahrscheinlichen Fehler aus einer zweimonatlichen Reihe grösser ausfallen, als aus den Ausschlägen der einzelnen Fäden im kurzen Zeitraum einer Beobachtung zu erwarten wäre.

Wir ordnen die Fehler  $\varepsilon_1$  nach der Grösse des Azimuts und erhalten:

$a$	$\varepsilon_1$
12° - 15°	$\pm 0''.14$
15 - 21	$\pm 0.15$
21 - 25	$\pm 0.19$
25 - 30	$\pm 0.18$

In Übereinstimmung mit Ehrenfeuchts Erfahrungen erhalten wir also die genauesten Beobachtungen bei kleinen Azimuten. Der Einfluss des Fehlers im angenommenen Uhr gange, der mit  $\tan a$  wächst, (siehe Formel (C) pag. 39) macht sich hier bemerkbar. Man wird noch kleinere Azimute bis zu  $8^\circ$  benutzen können, doch steigt der Fehler nach Ehrenfeucht hier wieder an, weil die Bewegung der Sterne in Zenitdistanz bei kleinen Azimuten mit dem  $\sin a$  abnimmt und der zufällige Durchgangsfehler wächst. Man ersieht die Wirkung beider Ursachen aus folgender Tabelle, die die wahrscheinlichen Fehler  $\varepsilon'_1$  aus einem Faden enthält. Diese sind von Schwankungen im Uhr gange sowie vom zufälligen Antrittsfehler mehr beeinflusst als die Fehler  $\varepsilon_1$ :

$a$	$\varepsilon_1$
12 — 15°	$\pm 0''26$
15 — 21	$\pm 0.24$
21 — 25	$\pm 0.26$
25 — 30	$\pm 0.31$

Das Anwachsen des Fehlers bei kleinen Azimuten kommt auf Kosten der langsamen Bewegung der Sterne, das starke Anwachsen bei grossen Azimuten muss dem Chronometer zugeschrieben werden und wird sich bei Benutzung einer Normaluhr vermeiden lassen. Der Einfluss grosser Zenitdistanzen auf den wahrscheinlichen Fehler lässt sich aus unserer Reihe nicht feststellen. Wir erhalten:

$z$	$\varepsilon_1$
21° — 26°	$\pm 0''17$
26 — 29	$\pm 0.17$
29 — 32	$\pm 0.16$
32 — 38	$\pm 0.17$

Auch die Fehler  $\varepsilon_1'$  weisen kein Anwachsen mit der Zenitdistanz auf; man kann also die Zenitdistanzen von 20°—40° als gleich günstig für die Beobachtung ansehen und sogar über diese Grenzen in der Richtung grösserer Zenitdistanzen hinausgehen. Eine grössere Annäherung an den Zenit ist deshalb zu vermeiden, weil in der Formel (I) pag. 38 der Nenner  $2 \sin d \cos D$  mit abnehmender Zenitdistanz abnimmt, da ja in der Nähe des Meridians  $d$  nahezu gleich  $z$  ist.

Von grossem Einfluss auf die Genauigkeit der Resultate ist der Zeitraum zwischen beiden Sternen eines Paares, indem hier sowohl das Niveau wie auch das Chronometer mitspielen.

Wir erhielten folgende Tabelle

$\theta' - \theta$	$\varepsilon_1$
$\begin{matrix} m & m \\ 5 & - & 9 \end{matrix}$	$\pm 0.14$
9 — 13	$\pm 0.16$
13 — 22	$\pm 0.21$

Wie in den früheren Reihen, so stellen wir auch hier die Abendmittel mit den Angaben des Barometers und Thermometers zusammen.

	$\Delta \varphi'$	$t$	$B$
März 22	-0.02	- 6.5	758.6 <sup>mm</sup>
„ 29	-0.23	- 0.2	754.2
„ 31	-0.26	+ 3.3	748.8

		$\Delta \varphi$	$t$	$B$ mm
April	4	-0.13	+ 4.9	767.6
"	6	+0.47	+ 1.4	755.3
"	7	-0.09	- 2.4	756.2
"	10	+0.12	- 5.6	749.8
"	13	-0.04	- 0.8	747.7
"	20	-0.07	- 4.5	756.1
"	21	-0.03	- 2.4	753.4
"	22	-0.10	- 3.6	753.2
"	23	+0.04	0.0	753.2
"	24	-0.08	- 1.9	755.7
"	28	-0.02	+ 7.0	744.7
"	29	-0.09	+ 5.1	747.4
Mai	1	+0.04	+ 5.7	749.3
"	2	+0.09	+ 0.6	748.5
"	3	+0.06	+ 0.6	760.9
"	4	-0.09	+ 2.6	768.8
"	5	-0.08	+ 1.3	767.2
"	7	-0.12	- 1.7	766.2
"	8	+0.04	- 0.7	763.2
"	9	-0.14	- 0.5	754.3
"	11	+0.62	+ 4.0	756.0
"	13	+0.26	+ 6.0	747.7
"	15	+0.29	+ 3.0	756.0
"	16	-0.07	+ 3.0	759.0
"	17	-0.12	+ 5.3	761.0
"	19	+0.35	+ 5.0	750.2
"	23	-0.08	+ 2.7	762.9
"	24	-0.04	+ 5.5	755.9
"	27	+0.17	+ 6.5	757.0
"	28	-0.02	+ 10.6	756.7
"	29	+0.19	+ 12.8	759.2

Eine nahezu monatliche Periodicität im Gange der Polhöhenwerte finden wir auch in dieser Reihe angedeutet, wenn wir die Beobachtungen in fast gleicher Zahl für nahezu gleiche Zeitintervalle zu Mitteln vereinigen. Wir erhalten

		$\Delta \varphi'$	$t$	$B$ mm
März	29	0.00	- 2.1	757.3
April	9	-0.01	- 0.5	755.7
"	19	-0.02	- 2.8	752.3
"	25	-0.06	+ 4.0	749.3
Mai	3	-0.01	+ 0.7	762.3
"	10	+0.07	+ 2.2	755.2
"	21	+0.03	+ 6.0	757.5

Wir bilden noch für jedes Paar die Differenzen zwischen den beiden Beobachtungsarten WO—OW und erhalten

Paar	WO—OW
1	-0.43
	+ .07
3	- .30
4	+ .36
5	- .17
6	+ .23
7	- .53
8	+ .19
9	+ .09
10	- .05
11	+ .01
12	+ .15
13	- .57
14	+ .25
15	+ .27
16	- .06
17	- .18
18	- .30
19	+ .20
20	+ .58
21	- .27
22	+ .36
23	+ .26
<hr/>	
Mittel	+0.01 ± 0.04

Ein Unterschied lässt sich somit nicht feststellen. Ebenso wenig kann man mit Sicherheit von einem Unterschiede sprechen, der zwischen den Paaren mit positivem und negativem Azimut besteht.

Paar	$\alpha$ —posit.	Paar	$\alpha$ —negat.
2	+0.02	1	+0.27
3	-0.10	4	-0.25
5	+0.16	7	+0.02
6	+0.11	8	+0.19
10	+0.15	9	-0.28
11	+0.11	12	-0.06
19	0.00	13	-0.15
20	-0.17	14	+0.20
21	+0.11	15	-0.01
22	-0.03	16	-0.05
23	-0.02	17	-0.02
<hr/>		18	-0.21
Mittel	+0.03 ± 0.02	Mittel	-0.03 ± 0.03

Es ist immerhin möglich, dass hier systematische Unterschiede instrumenteller Natur auftreten. Es ist aber ein leichtes ihren Einfluss durch symmetrische Auswahl der Sternpaare zu eliminieren. Die Beobachtung an einem grösseren Teile des Himmels kann man wohl kaum als einen Nachteil der Methode ansehen. Unter Umständen wird es ein Vorteil von der Talkott-Methode sein.

Es erübrigt noch den Einfluss des Niveaus auf die resultierende Polhöhe zu berechnen. Dazu bilden wir aus den Zahlen der Kolumne „Niv.“ der Beobachtungen, welche die Werte  $\frac{t_n - t_s}{15 \cos \varphi \sin a}$  enthält den Wert von

$$\frac{1}{131} \sum \frac{t_n - t_s}{2} \sec a$$

und finden ihn gleich  $-0''.62$ . Es geht somit in die resultierende Polhöhe 0.4 des mittleren Teilwerts der beiden Niveaus ein. Er müsste also um  $0''.02$  fehlerhaft sein, um das Resultat um  $0''.01$  zu verfälschen. Das ist bei der sorgfältigen Untersuchung des Niveaus nicht anzunehmen.

Somit ist die Polhöhe des Meridiankreises zur Zeit

1909.33

$$\varphi = 58^\circ 22' 47''.14 \pm 0''.02.$$