

Bestimmung der Bahn und der Umlaufszeit des Tuttle'schen Cometen.

(1790 und 1858 I.)

Der von Tuttle im Jahre 1858 entdeckte Comet ist insbesondere dadurch merkwürdig, dass die Umlaufszeit eine Stelle in der grossen Lücke zwischen den Umlaufzeiten der beiden Gruppen von kurzer und langer Dauer einnimmt, und dass die Bahn sehr stark gegen die Ecliptik geneigt ist. Um eine bestimmte Idee von der Sicherheit der Identität beider Cometen von 1790 und 1858 zu erlangen berechnete ich mit der von Bruhns Astr. N.Nr. 1142 als sehr wahrscheinlich gefundenen Hypothese von 5 Umläufen in der Zwischenzeit aus den Beobachtungen von Messier: Mém. de Paris 1790, p. 313 die elliptische Bahn, deren Elemente mit den Elementen des Cometen von 1858 nahe übereinstimmten, mit Ausnahme der Periheldistanz, die etwa um $\frac{1}{80}$ unterschieden war, und vermöge der geocentrischen Stellung sehr sicher bestimmt war in beiden Erscheinungen. Da nach Pape's Rechnungen die Störungen durch Jupiter und Saturn nur gering sein konnten, so vermuthete ich, der Comet habe in der Zwischenzeit von 1790 bis 1858 statt fünf, vier oder sechs Umläufe gemacht, und berechnete in beiden Hypothesen die Bahnen für beide Erscheinungen. Der Unterschied in den Periheldistanzen beider Erscheinungen blieb in beiden Hypothesen fast derselbe; aber ausserdem liessen sich die Beobachtungen von 1858 in den beiden letzten Hypothesen ohne unzulässige Fehler nicht darstellen. Die Beobachtungen von 1790 liessen in allen drei Hypothesen sehr beträchtliche Fehler zurück; so dass ich mich veranlasst fühlte, die Originalbeobachtungen Messier's von Neuem zu reduciren, wobei sich sehr erhebliche Fehler in Messiers Sternpositionen zeigten, die in einer Beobachtung sogar die Grösse von 80 Bogensekunden erreichten.

Durch Hülfe von Piazzi's und Lalande's Sternpositionen finde ich nach Anbringung der Correction wegen Refraction folgende Cometenörter:

	<i>M. Par. Zt.</i>	<i>AR. Com.</i>		<i>Decl. Com.</i>
1790.	Januar 11, 365346	26° 39' 1,44	+	2° 58' 0,00
	13, 243777	28 10 13,18	—	1 12 22,61
	275140	12 10,00		16 13,42
	277664	12 9,98		16 53,58
	313425	12 54,99		21 16,63
	16, 276193	30 29 31,32	—	7 17 41,62
	280975	29 32,55		18 33,84
	288777	31 5,23		19 0,71
	293188	31 46,08		20 5,80
	332479	33 54,06		23 55,01
	336462	33 46,05		24 15,03
	18, 257652	31 58 41,91	—	10 52 56,38
	263162	58 56,93		53 12,40
	334717	32 2 26,95	—	11 0 38,85
	19, 253543	32 41 9,09	—	12 33 50,24
	270977	41 50,20		35 59,37
	322585	44 10,42		40 25,92
	327540	45 10,50		40 19,82
	20, 252516	33 23 26,00	—	14 11 47,07
	261974	24 18,94		11 57,08
	339813	27 18,02		19 31,40
	349908	27 24,76		20 11,75

Ich berechnete ferner aus Hansen's Sonnentafeln folgende Sonnenephemeride für 0^h mittl. Par. Zeit.

	<i>Wahre Länge.</i>	<i>Log. R.</i>	<i>Breite.</i>	<i>Sternzeit.</i>	<i>Wahre Zeit.</i>
Januar 9.	289° 31' 29,4	9,9927651	— 0,53	19 ^h 16 ^m 46,00 ^s	— 7 ^h 46 ^m 45 ^s
10.	290 32 37,8	7916	0,40	20 42,56	8 10,73
11.	291 33 46,2	8201	0,26	24 39,12	8 34,45
12.	292 34 54,2	8502	0,14	28 35,67	8 57,56
13.	293 36 1,9	8822	— 0,02	32 32,23	9 20,04
14.	294 37 9,3	9158	+ 0,06	36 28,79	9 41,90
15.	295 38 16,1	9509	0,13	40 25,34	10 3,07
16.	296 39 22,4	9878	0,16	44 21,90	10 23,56
17.	297 40 27,9	9,9930261	0,16	48 18,46	10 43,33

	<i>Wahre Länge.</i>	<i>Log. R.</i>	<i>Breite.</i>	<i>Sternzeit.</i>	<i>Wahre Zeit.</i>
Januar 18.	298 41 32,7	9,9930660	+ 0,13	19 ^h 52 ^m 15,01 ^s	— 11 ^m 2,38 ^s
19.	299 42 36,6	1077	0,08	56 11,57	11 20,67
20.	300 43 39,5	1508	+ 0,01	20 0 8,13	11 38,20
21.	301 44 41,3	1958	— 0,10	4 4,68	11 54,93
22.	302 45 42,1	2428	0,22	8 1,24	12 10,88
23.	303 46 41,7	2917	— 0,35	11 57,79	— 12 26,03

	<i>Schiefe der Ecliptik.</i>	<i>Nutation.</i>	<i>Aberrat. der ☉</i>
Januar 9.	23° 27' 52,62"	+ 13,50"	20,59"
11.	52,62	13,54	20,58
15.	52,65	13,61	20,58
19.	52,69	13,67	20,57
23.	52,73	13,71	20,56

Eine erste Annäherung der elliptischen Bahn aus den Beobachtungen vom 13., 18. und 20. Januar ist folgende:

Zeit des Perihels 1790, Januar 31,013484 M. Par. Zeit.

Log. a	0,7559716	(a halbe grosse Axe).
ϕ	54° 46' 34,87"	($\sin \phi = e$. . . Excentricität).
$P - \Omega$	207 15 56,92	(P . . . Länge des Perihels).
Ω	268 36 10,52	(Ω . . Länge des aufsteigenden Knotens vom mittlern Aequin. 1790,0).
i	53 57 25,06	(i . . Neigung der Bahn gegen die Ecliptik).

Bewegung direct.

Die Vergleichung mit den Beobachtungen gab folgende Unterschiede:

	$\Delta . AR.$	$\Delta . \delta$	
Januar 9.	+ 16,37	— 37,42	Méchain, Mém. 1790.
11.	— 39,52	— 169,80	Messier.
13.	+ 0,39	— 0,04	—
16.	+ 38,69	+ 13,16	—
18.	— 7,13	+ 2,35	—
19.	+ 6,45	— 22,50	—
20.	+ 0,42	+ 0,02	—

Die Beobachtung vom 11., nur eine Vergleichung, enthält offenbar einen groben Fehler in der Declination; vielleicht 3'. Der Ort des verglichenen Sterns ist sicher. Diese Beobachtung ist deshalb in den folgenden Berechnungen ausgeschlossen. Eben so ist eine Vergleichung vom 22., die unter ungünstigen Umständen gemacht wurde, da der Stern in keinem Verzeichnisse vorkommt, nicht berücksichtigt.

Um die noch übrige Differenz in den Periheldistanzen beider Erscheinungen zu erklären, blieb demnach nur die Störung durch den Jupiter als mögliche Ursache übrig. Es wurden diese Störungen deshalb für die Zeit um die beiden Aphelien, da der Comet dem Jupiter am nächsten war, berechnet. Hierbei zeigte sich aber, dass dieselben, obgleich weit beträchtlicher, als vermuthet wurde, die erwähnte Differenz nicht ganz erklärten, und dass es erforderlich sei, sie für die ganze Zwischenzeit von 1790 bis 1858 zu bestimmen. Ich habe daher dieselben von 64 zu 64 Tagen für zwei Jahre vor und nach jedem Perihel, und für 128 Tage Intervall in der übrigen Zeit berechnet, und ohne Rücksicht auf die zweiten Differenzen summirt. Es wurden dazu folgende Elemente verwandt.

Perihelien.

1790 . . .	31,01348 ^d	Log. a . . .	0,75595
1803 . . .	255,90382	φ . . .	54° 14',6
1817 . . .	113,79415	$P - \Omega$. . .	206 56,1
1830 . . .	337,68449	Ω . . .	268 16,1 M. Aeq. 1800,0
1844 . . .	196,57482	i . . .	54 14,7
1858 . . .	54,46516		

und folgende Resultate für jeden halben Umlauf gefunden. Die dazu angewandten Formeln sind die Bessel'schen (Untersuchungen über die Bahn des grossen Cometen von 1807). — T bedeutet die Zeit des Perihels in Tagen ausgedrückt; $\omega = P - \Omega$: die übrigen Bezeichnungen wie oben.

Perihel 1790.

1790 Febr. 5. bis 1797 Jan. 7.

Δt	$\Delta \Omega$	$10^7 \Delta \cdot a$	$10^7 \Delta \cdot e$	$\Delta \omega$	$10^6 \Delta T$
+ 166",02	+ 157",09	— 191446	— 5393,3	— 668",79	+ 6,25871

Perihel 1803.

1797 Jan. 7 bis 1803 Octbr. 8.

+ 336,77	+ 90,52	— 138329	+ 12733,1	+ 350,29	+ 1,55150
----------	---------	----------	-----------	----------	-----------

1803 Octbr. 8. bis 1810 Juli 7.

+ 1477,78	+ 49,89	— 532149	— 2670,9	— 1310,69	+ 4,00863
-----------	---------	----------	----------	-----------	-----------

Perihel 1817.

1810 Juli 7. bis 1817 Sept. 5.

$$- 226,91 \quad - \quad 446,29 \quad - \quad 29697 \quad + \quad 5444,0 \quad + \quad 361,09 \quad - \quad 1,18500$$

1817 Sept. 5. bis 1824 Jan. 3.

$$+ 327,94 \quad + \quad 248,95 \quad + \quad 39966 \quad + \quad 1035,6 \quad + \quad 402,54 \quad - \quad 1,92952$$

Perihel 1830.

1824 Jan. 3. bis 1830 Decbr. 5.

$$- 596,64 \quad - \quad 609,37 \quad + \quad 120717 \quad - \quad 2977,2 \quad + \quad 116,35 \quad - \quad 2,20870$$

1830 Decbr. 5. bis 1837 Septbr. 3.

$$+ 204,62 \quad - \quad 105,12 \quad - \quad 80549 \quad + \quad 5731,3 \quad - \quad 26,39 \quad - \quad 3,23592$$

Perihel 1844.

1837 Sept. 3. bis 1844 Aug. 5.

$$- 546,70 \quad - \quad 522,57 \quad + \quad 202197 \quad - \quad 2937,9 \quad - \quad 23,14 \quad - \quad 0,30676$$

1844 Aug. 5. bis 1851 Mai 5.

$$- 426,45 \quad - \quad 317,89 \quad + \quad 96970 \quad - \quad 928,5 \quad + \quad 352,48 \quad - \quad 0,69206$$

Perihel 1858.

1851 Mai 5. bis 1858 April 6.

$$- 188,93 \quad - \quad 151,04 \quad + \quad 247452 \quad + \quad 481,0 \quad - \quad 514,50 \quad + \quad 3,11150$$

$$\text{Summe} \quad + \quad 527,50 \quad - \quad 1605,83 \quad - \quad 264868 \quad + \quad 10517,2 \quad - \quad 960,76 \quad + \quad 5,37240$$

Veränderung d.

$$\text{Ecliptik} \dots \quad + \quad 3,64 \quad + \quad 23,84 \quad - \quad 40,75$$

$$\text{Präcession} \dots \quad + \quad 3415,91$$

Veränderung d.

$$\text{Elemente} \dots \quad + \quad 531,14 \quad + \quad 1833,92 \quad - \quad 264868 \quad + \quad 10517,2 \quad - \quad 1001,51 \quad + \quad 5,37240$$

Die Masse des Jupiters ist $\frac{1}{1048}$ angenommen.

Durch Hülfe der Störungen der halben grossen Axe und der Zeit der Perihelien ergab sich nun die halbe grosse Axe zur Zeit des Periheliums 1790, und hiemit folgende genäherte Elemente:

Zeit des Perihels 1790. Januar 30,97826 M. Par. Zeit.

$$\text{Log. } a \dots \quad 0,7609645$$

$$\varphi \dots \quad 54^\circ 58' 50,87$$

$$P-\Omega \dots \quad 207 \quad 13 \quad 51,19$$

$$\Omega \dots \quad 268 \quad 35 \quad 6,56 \quad (\text{Aequ. } 1790,0)$$

$$i \dots \quad 53 \quad 59 \quad 4122$$

wodurch die Beobachtungen folgendermaassen dargestellt werden:

	<i>AR.</i>	<i>Decl.</i>
Januar 9.	+ 2,0	— 40,6
13.	+ 0,3	0
16.	+ 42,3	— 1,4
18.	— 6,5	+ 4,9
19.	— 3,1	— 23,1
20.	+ 0,1	— 0,2

Ich bildete hierauf nach Gaussens Formeln die Bedingungsgleichungen für *cos b. dl* und *db*, und fand zur Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate folgende Summenwerthe: *N* bedeutet mittlere Anomalie für Jan. 30,97826, und

der Coefficient von <i>a</i> ...	ΔN ...	Einheit	0,1
<i>b</i> ...	Δa ...	—	0,001
<i>c</i> ...	$\Delta \varphi$..	—	1"
<i>d</i> ...	$\Delta \omega$...	—	1"
<i>e</i> ...	$\Delta \Omega$...	—	1"
<i>f</i> ...	Δi ...	—	1"

<i>(nn)</i> ... 3864,76	<i>(ad)</i> ... + 52,2730	<i>(ce)</i> ... — 52,6569
<i>(na)</i> ... + 226,600	<i>(ae)</i> ... + 15,0522	<i>(cf)</i> ... + 3,52461
<i>(nb)</i> ... + 5576,02	<i>(af)</i> ... + 2,49114	<i>(dd)</i> ... + 32,1806
<i>(nc)</i> ... — 501,008	<i>(bb)</i> ... + 49086,5	<i>(de)</i> ... + 10,90107
<i>(nd)</i> ... + 151,094	<i>(bc)</i> ... — 4365,31	<i>(df)</i> ... + 1,253540
<i>(ne)</i> ... + 53,711	<i>(bd)</i> ... + 699,312	<i>(ee)</i> ... + 8,28587
<i>(nf)</i> ... — 0,7040	<i>(be)</i> ... + 591,344	<i>(ef)</i> ... — 0,212884
<i>(aa)</i> ... + 86,9367	<i>(bf)</i> ... — 40,6478	<i>(ff)</i> ... + 0,2101267
<i>(ab)</i> ... + 883,277	<i>(cc)</i> ... + 388,284	
<i>(ac)</i> ... — 80,6870	<i>(cd)</i> ... — 63,3814	

Hierdurch ergibt sich der mittlere Fehler einer Gleichung $\pm 16'',50$ und folgende wahrscheinlichste Elemente:

		<i>Mittlere Fehler.</i>
Perihel Januar	30,89612 — 0,000559 Δa	$\pm 0,0579$
<i>Log. a</i> ...	0,7609645	
φ ...	54° 58' 19,12 + 11,054 Δa	$\pm 25''$
<i>P</i> — Ω ...	207 6 45,83 — 2,041 Δa	$\pm 289''$
Ω ...	268 34 50,06 — 0,975 Δa	$\pm 34''$
<i>i</i> ...	54 9 3,23 + 2,234 Δa	$\pm 397''$

Die Erscheinung von 1858 giebt folgende sehr angenäherte Bahn:

Perihel . . .	$54,55097^d$	M. Par. Zeit.
<i>Log. a</i> . . .	0,7588995	
φ . . .	$55^\circ 13' 1,87''$	
<i>P</i> — Ω . . .	206 47 40,00	
Ω . . .	269 2 56,96	(Aequ. 1858,0)
<i>i</i> . . .	54 24 31,40.	

Wenn man diese Elemente durch Hülfe der Störungen auf 1819 zurückführt, so erhält man folgende Werthe und Unterschiede von den aus den Beobachtungen gefundenen:

<i>Elemente 1819</i> <i>aus 1858 abgeleitet.</i>	<i>Unterschied.</i>
φ . . . $55^\circ 6' 42,07''$	+ 503"
<i>P</i> — Ω . . . 207 4 21,51	— 144"
Ω . . . 268 32 23,04	— 147"
<i>i</i> . . . 54 15 40,26	+ 397"

Der bedeutende Unterschied in dem Werthe von φ liess mich vermuthen, dass er von der Einwirkung des Saturns herrühre. Ich berechnete daher diese für die beiden Zeitabschnitte wo er in der Nähe des Apheliums des Cometen verweilte, und fand mit der Masse $\frac{1}{3501,6}$ folgende Werthe:

	Perihelium 1803.						
1805 Jan. 30. bis 1810 Juli 7.	Δi	$\Delta \Omega$	$10^7 \Delta a$	$10^7 \Delta e$	$\Delta \omega$	$10^5 \Delta T$	
	+ 40,79	+ 16,34	— 12608	+ 808,1	— 55,25	+ 25962	
1810 Juli 7. bis 1816 Aug. 24.		— 32,70	— 57,55	— 10172	+ 4799,1	+ 70,37	+ 114988
1831 Juli 17. bis 1837 Sept. 3.		— 41,72	— 7,03	— 2466	— 743,9	— 0,82	+ 29855
1837 Sep. 3. bis 1843 Octb. 22.		+ 9,16	+ 5,27	+ 1601	+ 1761,4	+ 1,60	+ 57717
	Summe	— 24,47	— 42,97	— 23645	+ 6624,7	+ 15,90	+ 2,28522 ^d

Dadurch vermindert sich der Fehler von φ bis auf $264'',3$.

Es ergaben sich jetzt die Perihelien und halbe grosse Axen folgendermassen:

	<i>Perihelien.</i>	<i>a</i>
1790.	30,89612	5,7684023
1803.	311,27868	7354248
1817.	138,76852	6769622
1830.	340,64237	6930323
1844.	180,96918	7051088
1858.	54,55097	5,7395510

In einer Abhandlung: *Determinatio attractionis, quam in punctum quodvis etc.* hat Gauss eine Methode gegeben, die zur Berechnung der Säcularstörungen von Planeten und Cometenbahnen mit grossen Excentricitäten und Neigungen dienen kann. Die Bahn des Tuttle'schen Cometen schien mir geeignet zu sein, um diese Methode darauf anzuwenden, weshalb ich, und um die Eigenthümlichkeiten derselben in der practischen Anwendung kennen zu lernen, die Säcularstörungen dieser Cometenbahn durch den Jupiter danach berechnet habe. Die Differentialquotienten sind von 3° zu 3° wahrer Anomalie berechnet, und als Einheit 3° angenommen, wodurch die Summirung sich in eine blosser Addition verwandelt. v bedeutet die wahre Anomalie, und ω , Ω , i dieselben Grössen wie oben, aber in Beziehung auf die Jupiterbahn. Die Summen sind die Säcularstörungen für die Zeit eines Umlaufs. Die Summe $\Delta \cdot a$ dient als Controlle der Rechnung, weil sie nach der Theorie verschwinden muss. Die Summe $\Delta T \dots 11^d,14612$ giebt an, wie viel die mittlere Umlaufszeit bei derselben mittleren halben grossen Axe durch die Einwirkung des Jupiters verkürzt wird.

Säcularstörungen durch die Einwirkung des Jupiters.

v	$10^7 \left(\frac{da}{dv}\right)$	$\left(\frac{di}{dv}\right)$	$\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)$	$10^7 \left(\frac{de}{dv}\right)$	$\left(\frac{d\omega}{dv}\right)$	$10^5 \left(\frac{dT}{dv}\right)$
0°	— 106	— 0,01	— 0,01	— 3	— 0,03	+ 1
3	112	0,01	0,01	3	0,01	— 2
6	117	0,01	0,01	4	0,02	+ 2
9	122	0,02	0,01	4	0,01	— 1
12	126	0,02	0,02	4	0,02	+ 2
15	130	0,02	0,02	4	0,01	— 1
18	134	0,02	0,02	4	0,02	+ 3
21	137	0,02	0,02	4	0,01	0
24	140	0,02	0,03	4	— 0,01	0

27°	—	142	—	0,02	—	0,03	—	4	—	0	+	0
30		144		0,02		0,03		4		0		1
33		146		0,02		0,04		5		0		1
36		147		0,02		0,04		5		0		2
39		147		0,02		0,05		5	+	0,02		0
42		147		0,02		0,05		5		0,02		1
45		146		0,02		0,06		5		0,02		2
48		145		0,01		0,06		5		0,03		1
51		142		0,01		0,07		5		0,05		0
54		139		0,01		0,08		5		0,05		2
57		135		0,01		0,08		4		0,07		3
60		129		0		0,09		4		0,08		2
63		122	—	0		0,11		4		0,11		1
66		114	+	0		0,12		4		0,14	+	1
69		104		0,01		0,13		4		0,16	—	1
72		91		0,02		0,15		4		0,20		2
75		76		0,03		0,16		3		0,23		0
78		58		0,04		0,18		3		0,29		2
81		36		0,05		0,21		3		0,35		2
84	—	10		0,07		0,23		2		0,41		1
87	+	21		0,09		0,26		2		0,50		1
90		58		0,12		0,30		1		0,60		1
93		103		0,16		0,34		1		0,72		1
96		157		0,20		0,39	—	0		0,88		4
99		222		0,26		0,44	+	0		1,05		1
102		301		0,33		0,51		1		1,28		0
105		398		0,43		0,58		2		1,56	—	1
108		516		0,55		0,68		3		1,91	+	2
111		663		0,71		0,79		3		2,37		3
114		846		0,93		0,93		3		2,94		7
117		1078		1,23		1,10		3		3,69		13
120		1374		1,64		1,31	+	2		4,69		24
123		1757		2,22		1,58	—	1		6,03		43
126		2260		3,08		1,94		8		7,90		75
129		2928		4,40		2,42		21		10,58		141

132°	+	3820	+	6,51	—	3,10	—	49	—	14,57	+	270
135		4959		10,14		4,10		111		20,71		574
138		6057		16,69		5,59		251		30,13		1376
141	+	5257		28,19		7,55		582		41,84		3677
144	—	3294		37,76		7,63		1087		37,18		8656
147		14272		25,95		3,57		1080	+	2,81		11698
150		15476		10,93		0,80		702	—	17,81		10920
153		13053		3,63	—	0,04		429		22,73		10053
156		10571	+	0,40	+	0,02		267		22,69		9905
159		8531	—	1,15	—	0,13		163		21,43		10372
162		6872		1,99		0,36		90		19,98		11356
165		5483		2,49		0,61	—	33		18,55		12813
168		4282		2,83		0,89	+	13		17,24		14756
171		3212		3,10		1,19		54		16,00		17194
174		2238		3,35		1,52		90		14,79		20137
177	—	1337	—	3,59	—	1,89	+	125	—	13,58	+	23577
180		497		3,84		2,32		157,6		12,32		27464
183	+	288		4,11		2,81		188,7		10,98		31702
186		1015		4,38		3,38		217,7		9,54		36128
189		1677		4,64		4,01		243,9		7,96		40515
192		2260		4,87		4,69		266,0		6,25		44580
195		2748		5,04		5,40		282,7		4,44		48004
198		3124		5,11		6,08		292,4		2,60		50474
201		3376		5,04		6,67		293,7	—	0,84		51733
204		3498		4,83		7,09		286,3	+	0,73		51663
207		3497		4,46		7,31		270,6		2,01		50293
210		3393		3,97		7,27		248,3		2,90		47843
213		3214		3,41		7,01		221,7		3,40		44639
216		2990		2,84		6,55		193,6		3,54		41044
219		2748		2,24		5,96		166,2		3,40		37373
222		2507		1,72		5,31		141,0		3,08		33847
225		2280		1,28		4,64		118,9		2,65		30604
228		2073		0,91		3,99		100,1		2,18		27693
231		1886		0,62		3,40		84,6		1,73		25114
234		1720		0,40		2,88		71,8		1,32		22833

237°	+	1571	-	0,23	-	242	+	61,4	+	0,96	+	20814
240		1438		0,10		2,02		53,0		0,66		19018
243		1318	-	0,01		1,68		46,1		0,41		17404
246		1209	+	0,05		1,40		40,4		0,21		15946
249		1108		0,09		1,16		35,7	+	0,06		14610
252		1016		0,12		0,96		31,7	-	0,05		13387
255		931		0,13		0,79		28,3		0,14		12259
258		852		0,14		0,65		25,4		0,19		11210
261		778		0,14		0,54		22,8		0,24		10239
264		710		0,14		0,44		20,6		0,27		9336
267		646		0,13		0,36		18,5		0,28		8493
270		586		0,12		0,30		16,7		0,28		7705
273		530		0,11		0,25		15,0		0,27		6972
276		478		0,11		0,20		13,5		0,28		6292
279		430		0,10		0,16		12,1		0,26		5654
282		385		0,09		0,13		10,8		0,24		5063
285		343		0,08		0,11		9,6		0,23		4515
288		305		0,07		0,09		8,5		0,21		4004
291		269		0,06		0,07		7,5		0,20		3530
294		235		0,05		0,05		6,6		0,18		3090
297		204		0,05		0,04		5,7		0,17		2684
300		176		0,04		0,03		4,9		0,16		2309
303		149		0,04		0,03		4,1		0,14		1957
306		124		0,03		0,02		3,4		0,13		1635
309		102		0,03		0,01		2,8		0,11		1335
312		80		0,02		0,01		2,2		0,10		1058
315		61		0,02	-	0,01		1,6		0,10		802
318		43		0,01		0		1,1		0,09		566
321		26		0,01		0		0,6		0,08		346
324	+	11		0,01		0	+	0,2		0,07	+	141
327	-	4	+	0,01		0	-	0,3		0,06	-	46
330		17		0		0		0,7		0,06		220
333		29		0		0		1,0		0,05		381
336		40		0		0		1,3		0,05		530
339		51		0		0		1,7		0,04		670

342°	—	61	—	0,01	—	0	—	1,9	—	0,04	—	798
345		70		0,01		0		2,2		0,04		916
348		78		0,01		0		2,5		0,03		1028
351		86		0,01		0		2,7		0,03		1130
354		93		0,01		0		2,9		0,03		1224
357		100		0,01	—	0,01		3,1		0,03		1312
360	—	106	—	0,01	—	0,01	—	3,3	—	0,03	—	1393

Summe — 9 + 75,86 — 165,35 — 360,0 — 19,37 + 11,14612

Besonders bemerkenswerth ist die grösste Nähe, die ein periodischer Comet in Beziehung auf einen Planeten erreichen kann. Ich habe diese in Beziehung auf die Erde, Jupiter und Saturn berechnet, und setze, da meine Resultate von den Pape'schen in den Astronom. Nachr. bedeutend abweichen, die von mir gebrauchten Formeln her. Es seien die rechtwinklichten Coordinaten des Cometen x, y, z ; die Axe der x in dem Durchschnitte beider Bahnen, positiv im aufsteigenden Knoten; die Axe der y senkrecht darauf in der Ebene der Planetenbahn, und die Axe der z senkrecht auf der Planetenbahn, nach Norden positiv. Es müssen im Allgemeinen folgenden beiden Gleichungen Genüge geleistet werden:

$$\begin{aligned} (x' - x) dx + (y' - y) dy + (z' - z) dz &= 0 \\ (x - x') dx' + (y - y') dy' + (z - z') dz' &= 0 \end{aligned}$$

oder nach einer leichten Reduction, wenn man den Radius vector des Cometen r , des Planeten r' setzt; da $rdr = xdx + ydy + zdz$; $r'dr' = x'dx' + y'dy'$; und z' u. dz' verschwinden:

$$\begin{aligned} x'dx + y'dy - rdr &= 0 \quad \text{(I.)} \\ xdx' + ydy' - r'dr' &= 0 \quad \text{(II.)} \end{aligned}$$

Es seien der halbe Parameter und die Excentricität des Cometen p, e ; des Planeten p', e' ; das Argument der Breite des Cometen u , Neigung der Bahn gegen die Planetenbahn i ; Entfernung des Perihels vom Knoten ω ; wahre Anomalie $v = u - \omega$. Der Winkel des Radius vectors des Planeten mit dem Durchschnitte der Bahnen im aufsteigenden Knoten u' ; die Entfernung des Perihels vom aufsteigenden Knoten ω' ; wahre Anomalie des Planeten $v' = u' - \omega'$.

Nach der Theoria mot. corp. coel. pag. 50 hat man folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= r \cos u; & x' &= r' \cos u'; \\ y &= r \sin u \cos i; & y' &= r' \sin u'. \\ z &= r \sin u \sin i; \end{aligned}$$

also: $\left(\frac{dx}{du}\right) = \cos u \left(\frac{dr}{du}\right) - r \sin u;$ $\left(\frac{dx'}{du'}\right) = \cos u' \left(\frac{dr'}{du'}\right) r' \sin u';$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dy}{du}\right) &= \sin u \cos i \left(\frac{dr}{du}\right) + r \cos u \cos i; & \left(\frac{dy'}{du'}\right) &= \sin u' \left(\frac{dr'}{du'}\right) + r' \cos u'; \\ \left(\frac{dz}{du}\right) &= \sin u \sin i \left(\frac{dr}{du}\right) + r \cos u \sin i; \end{aligned}$$

es ist ferner:

$$\begin{aligned} r &= \frac{p}{1 + e \cos(u - \omega)}; & r' &= \frac{p'}{1 + e' \cos(u' - \omega')}; \\ \left(\frac{dr}{du}\right) &= \frac{e r^2 \sin(u - \omega)}{p}; & \left(\frac{dr'}{du'}\right) &= \frac{e' r'^2 \sin(u' - \omega')}{p'}. \end{aligned}$$

Wenn man nun für u einen beliebigen Werth annimmt, so findet man leicht den Werth von u' , der der Gleichung (I.) Genüge leistet:

$$\frac{p' \cos u' \left(\frac{dx}{du}\right) + p' \sin u' \left(\frac{dy}{du}\right)}{1 + e' \cos(u' - \omega')} - r \left(\frac{dr}{du}\right) = 0,$$

wenn man setzt:

$$\begin{aligned} p' \left(\frac{dx}{du}\right) - e' \cos \omega' r \left(\frac{dr}{du}\right) &= x \cos k; \\ p' \left(\frac{dy}{du}\right) - e' \sin \omega' r \left(\frac{dr}{du}\right) &= x \sin k. \end{aligned}$$

wodurch man nach einer leichten Umformung erhält:

$$\cos(u' - k) = \frac{1}{x} r \left(\frac{dr}{du}\right).$$

Substituirt man den hieraus erhaltenen Werth in die Gleichung (II.), so wird sie im Allgemeinen nicht = 0. sondern einen bestimmten Werth haben.

Wiederholt man nun dieselbe Rechnung für einen andern Werth von u , so erhält man einen andern Werth für die Gleichung (II.). Aus diesem und dem vorigen lässt sich nun, wenn die beiden Werthe von u nicht sehr verschieden sind, und nicht zu weit von dem gesuchten entfernt, durch Interpolation annähernd den Werth von u finden, der beiden Gleichungen Genüge leistet. Durch Wiederholung der Rechnung mit dem so gefundenen Werthe und Interpolation zwischen diesem und einem der vorigen, erhält man einen noch genaueren und durch Fortsetzung dieses Verfahrens endlich den gesuchten Werth.

Für 1790 habe ich angenommen:

<i>Comet.</i>	<i>Erde.</i>
Log. p . . . 0,27856;	Log. p' . . . 9,99988;
Log. e . . . 9,91327;	Log. e' . . . 8,22567;
ω . . . 207° 13',8;	ω' . . . 190° 43',0.
i . . . 53 59,7;	

und damit gefunden:

$$v \dots - 25^\circ 18',2; \quad v' \dots - 9^\circ 35',8; \quad \text{Entfernung } 0,1114.$$

Für 1858 habe ich angenommen:

<i>Comet.</i>	<i>Erde.</i>
Log. p . . . 0,27364;	Log. p' . . . 9,99988;
Log. e . . . 9,91396;	Log. e' . . . 8,22456;
$P - \Omega$. . . $206^\circ 47',7$;	ω' . . . $191^\circ 26',0$.
Ω . . . 269 2,9;	
i . . . 54 24,5:	

und damit gefunden:

$$v \dots - 25^\circ 8',7; \quad v' \dots - 10^\circ 29',2; \quad \text{Entfernung} \dots 0,0971.$$

Die Bahn des Jupiters habe ich angenommen für 1858:

Log. p' . . . 0,71521;	
Log. e' . . . 8,68349:	
Länge des Periheliums . $12^\circ 2',5$)	} auf der Erdbahn.
Länge des Knotens . . . 98 58,9)	
Neigung 1 18,6)	

hieraus folgt mit den Elementen des Cometen für 1858:

$$\omega \dots 206^\circ 31',3; \quad \omega' \dots 102^\circ 50',2.$$

$$i \dots 55 42,0;$$

und für die kleinste Entfernung:

$$v \dots 144^\circ 15',5; \quad v' \dots 251^\circ 47',7; \quad \text{Entfernung} \dots 0,8016.$$

Die Bahn des Saturns habe ich angenommen für 1858:

Log. p' . . . 0,97832;	
Log. e' . . . 8,74807;	
Länge des Periheliums . $90^\circ 15',4$)	} auf der Erdbahn.
Länge des Knotens . . . 112 25,8)	
Neigung 2 29,6)	

Hieraus folgt mit den Elementen des Cometen für 1858:

$$\omega \dots 205^\circ 36',8; \quad \omega' \dots 180^\circ 32',3.$$

$$i \dots 56 42,2:$$

und für die kleinste Entfernung:

$$v \dots 164^\circ 1',3; \quad v' \dots 184^\circ 49',9; \quad \text{Entfernung} \dots 1,784.$$

